

HOLOGRAFIA JA MONSTERIT

Rami Niemi

seminaari 5.2.2008

Sisältö

- * Entropia
- * Monsterit!
- * ADM massa
- * Esimerkki tapaus

* Klassinen entropia

$$S \sim \ln\{\text{mikrotilojen_lukumäärä}\} \sim \ln(a^V) = V \ln a \sim d.o.f$$

* BH entropia

$$S = \frac{A}{4} \sim d.o.f$$

* 't Hooft entropia raja

$$S < A^{3/4}$$

't Hooft rajan arviointi

* Poislukien tulevat
mustat aukot

$$E < R$$

* Terminen kaasu

$$S \sim T^3 R^3 \quad E \sim T^4 R^3$$

* Raja tavalliselle
aineelle

$$S < A^{3/4}$$

- * Miten melkein musta aukko ja musta aukko eroaa toisistaan näin paljon vapausasteiden suhteen?

$$S_{ord} < A^{3/4} \ll \frac{A}{4} = S_{BH} , \text{ kun } R \gg 1$$

- * Tarvitaan jokin välitila liimaamaan vaiheet yhteen -
“monsteri”

Rakennuspalikat

* Metriikka

$$ds^2 = -\varepsilon(r)dt^2 + \varepsilon(r)^{-1}dr^2 + r^2d\Omega^2$$

* Schwarzschild tekijä

$$\varepsilon(r) = 1 - \frac{2M(r)}{r}$$

* Entropia

$$S_\Sigma = \int_\Sigma d^3x \sqrt{\gamma} s(\vec{x}) = 4\pi \int_0^R r^2 \varepsilon(r)^{-1/2} s(r) dr$$

* ADM massa

$$M(r) = 4\pi \int_0^r dr' r'^2 \rho(r')$$

ADM massa?

- * GR sisältää käsitteen ADM* massa, joka on koko massa vähennetty keskenäinen gravitaatio energia “negative binding energy”
- * Energian määritelmä vaikeaa ja Carroll’kin käyttää termejä “näyttää” ja “sopii”

- * Komar integral
$$E_{Komar} = \frac{1}{4\pi G} \int_{\partial\Sigma} d^2x \sqrt{\gamma^{(2)}} \sigma_{\mu} n_{\nu} \nabla^{\mu} K^{\nu}$$

- * ADM integral
$$E_{ADM} = \frac{1}{16\pi G} \int_{\partial\Sigma} d^2x \sqrt{\gamma^{(2)}} \sigma^i (\partial_j h^j_i - \partial_i h^j_j)$$

*ADM - Arnowitt, Deser ja Misner

Lasketaan mustan-aukon massa

- * Energia siis
$$E_{Komar} = \frac{1}{4\pi G} \int_{\partial\Sigma} d^2x \sqrt{\gamma^{(2)}} \sigma_\nu n_\mu \nabla^\mu K^\nu$$
- * Nollasta poikkeavat normaalivektoreiden komponentit
$$n_0 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{1/2} \quad \sigma_1 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1/2}$$
- * Ja näin
$$\sigma_\mu n_\nu \nabla^\mu K^\nu = -\nabla^0 K^1$$

* Edelleen

$$\nabla^0 K^1 = g^{00} \nabla_0 K^1 = g^{00} (\partial_0 K^1 + \Gamma_{0\mu}^1 K^\mu)$$

$$g^{00} \Gamma_{00}^1 K^0 = - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} \frac{GM}{r^2} \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) = - \frac{GM}{r^2}$$

* Avaruuskulma $\sqrt{\gamma^{(2)}} = r^2 \sin \theta$

* Lopulta

$$E_{Komar} = \frac{1}{4\pi G} \int d\theta d\phi r^2 \sin \theta \frac{GM}{r^2} = M$$

ADM massa?

- * Ja jos et ymmärrä, kysy.
- * Why is the coefficient from the metric $(1-2M/r)^{-.5}$ not included in integral of $M=M(r)$ in contrary to integral of entropy. Is this special feature of and mass?(minä)
- * Yes, in the ADM mass formula the factor of $(1-2M/r)^{-.5}$ is absent. This reflects the negative binding energy of gravity. The fact that the "volume measures" in the integrals for the ADM mass and total entropy S are different is what allows the existence of monsters.(Stephen Hsu)

Kikka

* Pidetään ADM massa vakiona ja ekstremoidaan entropia

* Sopivalla massajakaumalla saavutetaan

$$\epsilon(r) = 1 - \frac{2M(r)}{r} \approx 0$$

* Entropia

$$S(r) = 4\pi \int_0^R r'^2 \epsilon(r')^{-1/2} s(r') dr'$$

* ADM massa

$$M(r) = 4\pi \int_0^r dr' r'^2 \rho(r')$$

Monsteri esimerkki.

Otetaan pallosymmetrinen jakauma jolla ydin r_0, M_0
ja sen ympärillä jakauma

$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \quad (r_0 < r < R)$$

joten

$$M(r) = M_0 + 4\pi\rho_0 r_0^2 (r - r_0)$$

kerätään vakiot yhteen

$$8\pi\rho_0 r_0^2 = 1$$

tulee

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)$$

jossa

$$\varepsilon_0 = 1 - 2M_0 / r_0$$

Entropia-energia suhde oletetaan termiseksi $s(r) \sim \rho(r)^{3/4}$

$$S = 4\pi \int_0^R r^2 \epsilon(r)^{-1/2} s(r) dr \sim 4\pi \int_{r_0}^R r^2 \sqrt{\frac{r}{r_0 \epsilon_0}} \rho^{3/4} dr \sim 4\pi \int_{r_0}^R r^2 \sqrt{\frac{r}{r_0 \epsilon_0}} \left(\rho_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right)^{3/4} dr \sim \frac{\rho_0^{3/4} r_0}{\sqrt{\epsilon_0}} R^2$$

Saadaan siis $S \sim \frac{A}{\sqrt{\epsilon_0}}$

1. entropia verrannollinen pinta-alaan

2. entropia kasvaa rajatta, kun $\epsilon_0 \rightarrow 0$

joten sitä pitää tutkia, ja löytää jokin rajoitin

Monsteri ominaisuuksia

- * Ajautuu väistämättä mustaksi aukoksi
- * Edes ajan käänkö ei pelasta
- * Eli ei ole alkutilaa josta tämä asetelma olisi syntynyt