Inflaatio ja ei-gaussiset perturbaatiot

Elina Riskilä
Teoreettisen fysiikan laudatur-seminaari

2.12.2008

Inflaatio

- Ajanjakso hyvin varhaisessa maailmankaikkeudessa, jolloin maailmankaikkeuden laajeneminen oli kiihtyvää: $\ddot{a} > 0$
- Kiihtyvä laajeneminen on mahdollista, kun maailmankaikkeuden energiatiheyttä dominoi tyhjiöenergia. Tällöin paine on negatiivinen! $(p < -\rho)$
- Kehitettiin alunperin ratkaisemaan Big Bang- teorian ongelmia
- Inflaatio selittää pienet tiheysvaihtelut jotka ovat lähteenä suurten skaalojen rakenteille, sekä CMB:n lämpötilavaihtelut!

Skalaarikentät inflaatiossa

- Tarvitaan siis maailmankaikkeuden energiatiheyttä dominoivaan aine, jolla on negatiivinen paine
- Tällainen on skalaarikenttä (kuvaa spin-0-hiukkasia)
- Mallista riippuen kenttiä voi olla yksi tai useita, inflaation aiheuttavaa kenttää ϕ kutsutaan inflatoniksi
- Kenttä potentiaalissa V, kentän dynamiikka Lagrangen formalismilla: aktiosta $S = \int d^4x \sqrt{-g}\mathcal{L}$ saadaan variaatioperiaatteella FRW-universumissa skalaarikentälle liikeyhtälö

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{a^2}\nabla^2\phi + V'(\phi) = 0 \tag{1}$$

Skalaarikentät inflaatiossa

- Inflaatio saadaan, kun potentiaali dominoi kentän kineettistä energiaa: $V(\phi) >> \dot{\phi}^2$ (Slow roll-approksimaatio)
- Voidaan kuvata Slow roll- parametreilla

$$\epsilon = \frac{1}{2} {M_P}^2 \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \tag{2}$$

$$\eta = {M_P}^2 \left(\frac{V''}{V} \right) \tag{3}$$

$\epsilon, \eta << 1 \Rightarrow$ inflaatio

- Reheating: inflatoni hajoaa, normaali Big Bang alkaa
- Inflaatiomalliin tarvitaan sopiva potentiaali ja keino inflaation päättymiseen!

Skalaarikentän perturbaatiot

- Kvanttimekaniikka: vakuumissa fluktuaatioita
- Inflaation aikana pienet kvanttihäiriöt venyvät maailmankaikkeuden valtavan laajenemisen mukana kosmologisiin mittoihin
- Fluktuaatio ylittää horisontin $\Rightarrow$ klassinen perturbaatio ($\sim$ vakio)
- Häiriöt metriikkaan Einsteinin yhtälön kautta
- Inflaation jälkeen aine alkaa gravitaation vahvistamana kehittyä häiriöiden mukaan $\Rightarrow$ suurten skaalojen rakenteet

Kosmologian perturbaatioteoria

- Tavoitteena johtaa yhtälöt häiriöille, jotta saadaan laskettua niiden kehitys ja ennuste kosmiseen mikroaaltotaustaan
- Kosmologiassa oletetaan homogeeninen tausta, jossa pieniä häiriöitä:

$$\phi = \phi_0 + \delta\phi \tag{4}$$

- Yksinkertaisin oletus: häiriöt gaussisia
- Eri tyyppiset häiriöt: skalaari, vektori, tensori
  - Yleensä tutkitaan vain skalaariperturbaatioita!

Motivointia

- Inflaatio ei varsinainen teoria vaan suuri joukko erilaisia malleja
  - yksi tai useampi kenttä
  - potentiaalin muoto
- Kytkentä hiukkasfysiikkaan puuttuu: potentiaalin muoto ja reheating
- WMAP: Havainnot kosmisen mikroaaltotaustan tehospektristä vastaa gaussisia perturbaatioita
- Tutkittu vain 2-pistekorrelaattoreita ja tehospektriä, korkeamman asteen korrelaattoreista lisää tietoa?

Ei-gaussisuus

- CMB:n data yhtäpitävää gaussisten perturbaatioiden kanssa
  - ei vielä tarkoita etteikö poikkeavuutta gaussisuudesta voisi löytyä!
- Eri inflaatiomallit tuottavat eri määrän (ja erilaista) ei-gaussisuutta
- Esimerkiksi skalaarikentän vuorovaikutus voi aiheuttaa epälineaarisia häiriöitä
  $\longrightarrow$ uutta tietoa inflaatiosta
  $\longrightarrow$ rajauksia inflaatiomalleihin!
- Tarvitaan siis korkeamman asteen häiriöteoriaa sekä uutta havaintodataa!

2. kertaluvun häiriöt

- Taas yksinkertaisin malli: Skalaarikentällä 2. kertaluvun häiriö: jaetaan kenttä homogeeniseem ja perturbaatioon

$$\phi = \phi_0 + \delta\phi \tag{5}$$

kehitetään häiriö 2. kertalukuun asti:

$$\phi = \phi_0 + \delta^{(1)}\phi + \frac{1}{2}\delta^{(2)}\phi \tag{6}$$

- Nyt halutaan tutkia 2. kertaluvun häiriöiden kehitystä, eli tarvitaan yhtälö 2. kl metriikan häiriölle
- Useamman skalaarikentän tapauksessa menee todella monimutkaiseksi...

Esimerkki: arvio ei-gaussisuuden määrälle 1-kenttäinflaatiossa

- Yhden kentän tapauksessa tiheysperturbaatiot johtuvat inflatonikentästä itsestään
  - 2. kertaluvun häiriöitä saadaan, kun kenttä vuorovaikuttaa itsensä kanssa, taustan metriikassa 2. kertaluvun häiriöitä
- 2. kertaluvun kaarevuusperturbaatio $\mathcal{R}^{(2)} \sim H\delta^{(2)}\phi/\dot{\phi}_0$
- 2. kertaluvun perturboitu Klein-Gordonin yhtälö

$$
\begin{aligned}
\delta^{\ddot{(2)}}\phi + 3H\delta^{\dot{(2)}}\phi + 2\frac{\partial V}{\partial \phi}\phi^{(2)} - \dot{\phi}_0\phi^{\dot{(2)}} - 3\dot{\phi}_0\psi^{\dot{(2)}} - 8\dot{\phi}_0\psi^{(1)}\psi^{\dot{(1)}} \\
-8\phi^{\dot{(1)}}\delta^{\dot{(1)}}\phi - \frac{2}{a^2}\psi^{(1)}\partial_i\partial^i\delta^{(1)} \\
= -4\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}\psi^{(1)}\delta^{(1)} - \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}\psi^{(2)} - \frac{\partial^3 V}{\partial \phi^3}(\delta^{(1)}\phi)^2
\end{aligned}
$$

Esimerkki: arvio ei-gaussisuuden määrälle 1-kenttäinflaatiossa

- Yksinkertaistetaan Klein-Gordonia ja käytetään Slow roll-approksimaatiota, jolloin saadaan arvio $\delta^{(2)}\phi$:lle, kaarevuusperturbaatiosta tulee nyt

$$\mathcal{R}^{(2)} \sim \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} \frac{\psi^{(1)}}{H} \frac{H\delta^{(1)}\phi}{\dot{\phi}_0} \sim H\eta\epsilon(\mathcal{R}^{(1)})^2 \quad (7)$$

  missä on käytetty ehtoa $\psi^{(1)} = \epsilon\mathcal{R}^{(1)}$.
- Saadaan lopulta arvio kaarevuusperturbaation 2. kertaluvun häiriölle:

$$\mathcal{R}^{(2)} \sim \mathcal{O}(\epsilon, \eta)\mathcal{R}^{(1)} \quad (8)$$

- 1-kenttäinflaatiossa syntyvä ei-gaussisuus on siis pientä $(\mathcal{O}(\epsilon, \eta))$

Kosmologian perturbaatiokenttien statistiikkaa

- Statistiikka saadaan n-pistekorrelaattoreista:

$$< \delta_{k1} \ldots \delta_{kN} >= (2\pi)^3 \delta^{(3)}(k_1 + \ldots + k_N) P_N(k_1 \ldots k_N) \tag{9}$$

  missä P_N on $N-1$ -spektri.

- Yksinkertaisin: $N = 2$ eli tehospektri ja 2-pistekorrelaattori

$$< \delta_{k1} \delta_{k2} >= (2\pi)^3 \delta^{(3)}(k_1 + k_2) P(k_1 k_2) \tag{10}$$

  ja vastaava tehospektri $P(k)$

- Gaussisen kentän kaikki statistiikka saadaan 2-pistekorrelaattorista ja tehospektristä!

- Ei-gaussiselle kentälle tarvitaan korkeamman asteen korrelaattoreita
- Ei-gaussisilla perturbaatioilla ääretön määrä vapausasteita
- Taas otetaan yksinkertaisimmat vaihtoehdot:
  - $N = 3$: bispectrum ja 3-pistekorrelaattori
  - $N = 4$: trispectrum ja 4-pistekorrelaattori
- 3-pistekorrelaattori

$$< \delta_{k1}\delta_{k2}\delta_{k3} >= (2\pi)^3\delta^{(3)}(k_1 + k_2 + k_3)B_N(k_1, k_2, k_3) \tag{11}$$

ja sitä vastaava spektri B on yksinkertaisin statistiikka, joka kuvaa ei-gaussisuutta

Epälineaarisuusparametri f_{NL}

- kuvaa ei-gaussisuuden määrää
- määritellään

$$\Phi = \Phi_L + f_{NL} \star (\Phi_L)^2 \tag{12}$$

  missä Φ on Bardeenin potentiaali, jonka yhteys CMB:n tiheysperturbaatioihin on

$$-\frac{1}{3}\Phi = \frac{\Delta T}{T} \tag{13}$$

- teoria: jos malli ennustaa
  $f_{NL} >> 1 \rightarrow$ voimakasta ei-gaussisuutta
  $f_{NL} \sim 1$
  $f_{NL} << 1 \rightarrow$ ei-gaussisuutta ei havaittavissa
- Näin voidaan rajata eri inflaatiomalleja!

Epälineaarisuusparametri f_{NL}

- Alunperin täysin fenomenologinen kuvaus ei-gaussisuuden määrästä
- Uudemmissa teoreettisissa tarkasteluissa kuitenkin löytynyt ei-triviaalia skaalariippuvuutta
- Suurin osa havaintodatasta kuitenkin vakiolle f_{NL}
- Havainnoista saatuja rajoja f_{NL}:n arvolle:
  - COBE: $|f_{NL}| < 1500$
  - WMAP: $-58 < f_{NL} < 134$
  - rajat eivät vielä kovinkaan tarkkoja!
- Planck: erotuskyvyn pitäisi riittää $f_{NL} = 3 \sim 5$

CMB ja bispectrum

- Kosmisen mikroaaltotaustan lämpötilafluktuaatiokenttä

$$a_{lm} = \int d^2 n \frac{\delta T}{T} Y^*_{lm} \tag{14}$$

- CMB angular bispectrum

$$B^{m_1 m_2 m_3}_{l_1 l_2 l_3} \equiv < a_{l_1 m_1} a_{l_2 m_2} a_{l_3 m_3} > \tag{15}$$

- Voidaan kirjoittaa muotoon $B^{m_1 m_2 m_3}_{l_1 l_2 l_3} = G^{m_1 m_2 m_3}_{l_1 l_2 l_3} b_{l_1 l_2 l_3}$, missä $G^{m_1 m_2 m_3}_{l_1 l_2 l_3}$ on Gauntin integraali
- $b^{prim}_{l_1 l_2 l_3}$ voidaan määrittää f_{NL}:n avulla!

- Inflaatio selittää alkuperäiset pienet tiheysvaihtelut, jotka ovat lähteenä suurten skaalojen rakenteille
- Tiheysvaihtelut syntyvät skalaarikentän (tai -kenttien) kvanttifluktuaatiosta
- Perturbaatiota käsitellään yleensä gaussisina, mutta eroavuudet gaussisuudesta voisivat auttaa rajaamaan inflaatiomallia
- Ei-gaussisten perturbaatioiden käsittelyyn tarvitaan korkeamman asteen korrelaattoreita, lisäksi epälineaarinen häiriöteoria on monimutkaista
- Ei-gaussisuuden määrää kuvaa epälineaarisuusparametri f_{NL}, jonka arvoa voidaan rajata observaatioista

- Ei-gaussisuuden tutkimus on siis uusi haaste sekä teoreettiselle että kokeelliselle kosmologialle
- Teoria: tarvitaan tarkempia malleja ja ennusteita epälineaarisuuden määrälle sekä simulaatioita ei-gaussisuudesta mikroaaltotaivaalla
- CMB: tarkemmat analyysit WMAPin datasta, Planck!

Lähteet

Bartolo, Komatsu, Matarrese, Riotto: Non-Gaussianity from inflation: Theory and observations.
[astro-ph/0406398]