Supersymmetria: hiukkaset ja pimeä aine

Lasse Leinonen

Laudatur seminaari, 19.2.2008

Supersymmetria

Supersymmetria on symmetria bosonien ja fermionien välillä.

- Globaali supersymmetria: hiukkaset, vuorovaikutukset...
- Lokaali supersymmetria: supergravitaatio

MSSM

- Supersymmetria on rikkoutunut, koska emme ole havainneet shiukkasia vielä
- Rikkoutumismekanismia ei tiedetä
- Rikkoutumisen vaikutusta kuvataan massatermeillä
- Mahdollisimman vähän uusia hiukkastiloja ja vuorovaikuksia
- Minimaalinen supersymmetrinen standardimalli eli MSSM

MSSM:n hiukkassisältö

	spin 0	spin 1/2	spin 1	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
L_i	$(\widetilde{v}, \widetilde{e}_L)_i$	$(v, e_L)_i$		$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\overline{e}_i$	$\widetilde{e}^*_{Ri}$	$e^\dagger_{Ri}$		$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$+1$
Q_i	$(\widetilde{u}_L, \widetilde{d}_L)_i$	$(u_L, d_L)_i$		$\mathbf{3}$	$\mathbf{2}$	$+\frac{1}{6}$
$\overline{u}_i$	$\widetilde{u}^*_{Ri}$	$u^\dagger_{Ri}$		$\overline{\mathbf{3}}$	$\mathbf{1}$	$-\frac{2}{3}$
$\overline{d}_i$	$\widetilde{d}^*_{Ri}$	$d^\dagger_{Ri}$		$\overline{\mathbf{3}}$	$\mathbf{1}$	$+\frac{1}{3}$
H_u	(H_u^+, H_u^0)	$(\widetilde{H}_u^+, \widetilde{H}_u^0)$		$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$+\frac{1}{2}$
H_d	(H_d^0, H_d^-)	$(\widetilde{H}_d^0, \widetilde{H}_d^-)$		$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$-\frac{1}{2}$
B		$\widetilde{B}^0$	B^0	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	0
W		$\widetilde{W}^\pm, \widetilde{W}^0$	$W^\pm, W^0$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{3}$	0
g		$\widetilde{g}$	g	$\mathbf{8}$	$\mathbf{1}$	0

Shiukkaset

- Leptonien ja kvarkkien spin 0 superpartnereita kutsutaan sleptoneiksi ja skvarkeiksi (sfermionit)
- Higgsin bosonien fermionisia superpartnereita kutsutaan higgsiinoiksi
- Mittabosonien $W^{\pm}, W^0, B^0$ ja g fermioniset superpartnerit ovat winot, bino ja gluiino.

Shiukkaset

Uusi Higgs -dubletti tarvitaan poistamaan $U(1)_Y^3$ ja $U(1)_Y SU(2)_L^2$ anomaliat. Standardimallin kvarkit ja leptonit täyttävät anomalian poistavat ehdot, mutta yksi higgsiino -dubletti tuottaisi anomalian. Tarvitaan kaksi higgsino -dublettia vastakkaisilla hypervarauksilla.

Superpotentiaali

MSSM:n superpotentiaali on

$$W_{\mathrm{MSSM}} = \overline{u}\mathbf{y_u}QH_u - \overline{d}\mathbf{y_d}QH_d - \overline{e}\mathbf{y_e}LH_d + \mu H_u H_d.$$

Sukupolvi-, $SU(2)_L$ heikko isospin ja $SU(3)_C$ väri-indeksejä ei ole kirjoitettu eksplisiittisesti. Indeksien kanssa termi $\overline{u}\mathbf{y_u}QH_u$ on $\overline{u}^{ia}(\mathbf{y_u})_i Q_{j\alpha a}(H_u)_\beta \epsilon^{\alpha\beta}$ ja $\mu H_u H_d$ on $\mu(H_u)_\alpha(H_d)_\beta\epsilon^{\alpha\beta}$. Indeksi $i = 1,2,3$ on sukupolvi-indeksi, $a = 1,2,3$ on väri-indeksi ja $\epsilon^{\alpha\beta}$ ($\epsilon^{12} = -\epsilon^{21} = -1,\ \epsilon^{11} = \epsilon^{22} = 0$) kontraktoi $SU(2)_L$ indeksejä.

Superpotentiaali

Lagrangen yhtälöön massatermit superpotentiaalista. Fermioneille

$$\mathcal{L} \ni -(\frac{1}{2}\frac{\partial^2 W(\varphi)}{\partial\varphi_i\partial\varphi_j}\psi_i\psi_j + \mathrm{h.c.}).$$

F-termi skalaareille

$$\mathcal{L} \ni -\left|\frac{\partial W(\varphi)}{\partial\varphi_i}\right|^2.$$

Superpotentiaali

Muita mahdollisia termejä superpotentiaalissa

$$W_{\mathrm{L-violation}} = \frac{1}{2}\alpha^{ijk}L_iL_j\bar{e}_k + \beta^{ijk}L_iQ_j\bar{d}_k + \mu'^{i}L_iH_u,$$
$$W_{\mathrm{B-violation}} = \frac{1}{2}\gamma^{ijk}\bar{u}_i\bar{d}_j\bar{d}_k$$

Q_i:n baryoniluku on $B = +1/3$ ja $\overline{u}_i, \overline{d_i}$:n $B = -1/3$. L_i:n leptoniluku on $L = +1$ ja $\overline{e}_i$:n $L = -1$. Uudet termit rikkovat baryoni- ja leptoniluvun säilymistä yhdellä yksiköllä. Seurauksena esimerkiksi protonin nopea hajoaminen (ei havaittu).

R-pariteetti

Määritellään hiukkasille R-pariteetti:

$$P_R = -(1)^{3(B-L)+2s}.$$

Standardimallin hiukkasille se on +1, ja shiukkasille -1. Kun vaaditaan, että superpotentiaalin termien R-pariteettien tulo on +1, päästään eroon baryoni- ja leptonilukua rikkovista termeistä.

R-pariteetti

R-pariteetista seuraa

- Kevein supersymmetrinen hiukkanen on (lightest supersymmetric particle, LSP) on vakaa. Jos LSP on neutraali ja vain heikosti vuorovaikuttava, se on mahdollinen ehdokas pimeäksi aineeksi
- Kaikki muut shiukkaset hajoavat parittomaksi määräksi keveimpiä shiukkasia.
- Hiukkastörmäyttimissä shiukkasia tuotetaan vain pareissa

Soft supersymmetry breaking

Pehmeitä supersymmetrian rikkovia termejä (soft supersymmetry breaking terms) tarvitaan shiukkasille lisämassaksi. MSSM:n pehmeät termit ovat

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{MSSM}} = & -\frac{1}{2}\left(M_3 \widetilde{g}\widetilde{g} + M_2 \widetilde{W}\widetilde{W} + M_1 \widetilde{B}\widetilde{B} + \text{c.c}\right) \\
& - \left(\widetilde{\overline{u}}\,\mathbf{a_u}\,\widetilde{Q} H_u - \widetilde{\overline{d}}\,\mathbf{a_d}\,\widetilde{Q} H_d - \widetilde{\overline{e}}\,\mathbf{a_e}\,\widetilde{L} H_d + \text{c.c}\right) \\
& - \widetilde{Q}^\dagger\,\mathbf{m_Q^2}\,\widetilde{Q} - \widetilde{L}^\dagger\,\mathbf{m_L^2}\,\widetilde{L} - \widetilde{\overline{u}}\,\mathbf{m_{\overline{u}}^2}\,\widetilde{\overline{u}}^\dagger - \widetilde{\overline{d}}\,\mathbf{m_{\overline{d}}^2}\,\widetilde{\overline{d}}^\dagger - \widetilde{\overline{e}}\,\mathbf{m_{\overline{e}}^2}\,\widetilde{\overline{e}}^\dagger \\
& - m_{H_u}^2 H_u^* H_u - m_{H_d}^2 H_d^* H_d - (b H_u H_d + \text{c.c.})
\end{aligned}
$$

M_1, M_2, ja M_3 ovat bino, wino, ja gluino massa termejä.

Kytkennät $\mathbf{a_u}$, $\mathbf{a_d}$, ja $\mathbf{a_e}$ ovat 3×3 kompleksimatriiseja.

Mittakytkennät

Yhden loopin renormalisaatioryhmä -yhtälöt ovat

$$\beta_{g_a} \equiv \frac{d}{dt} g_a = \frac{1}{16\pi^2} b_a g_a^3.$$

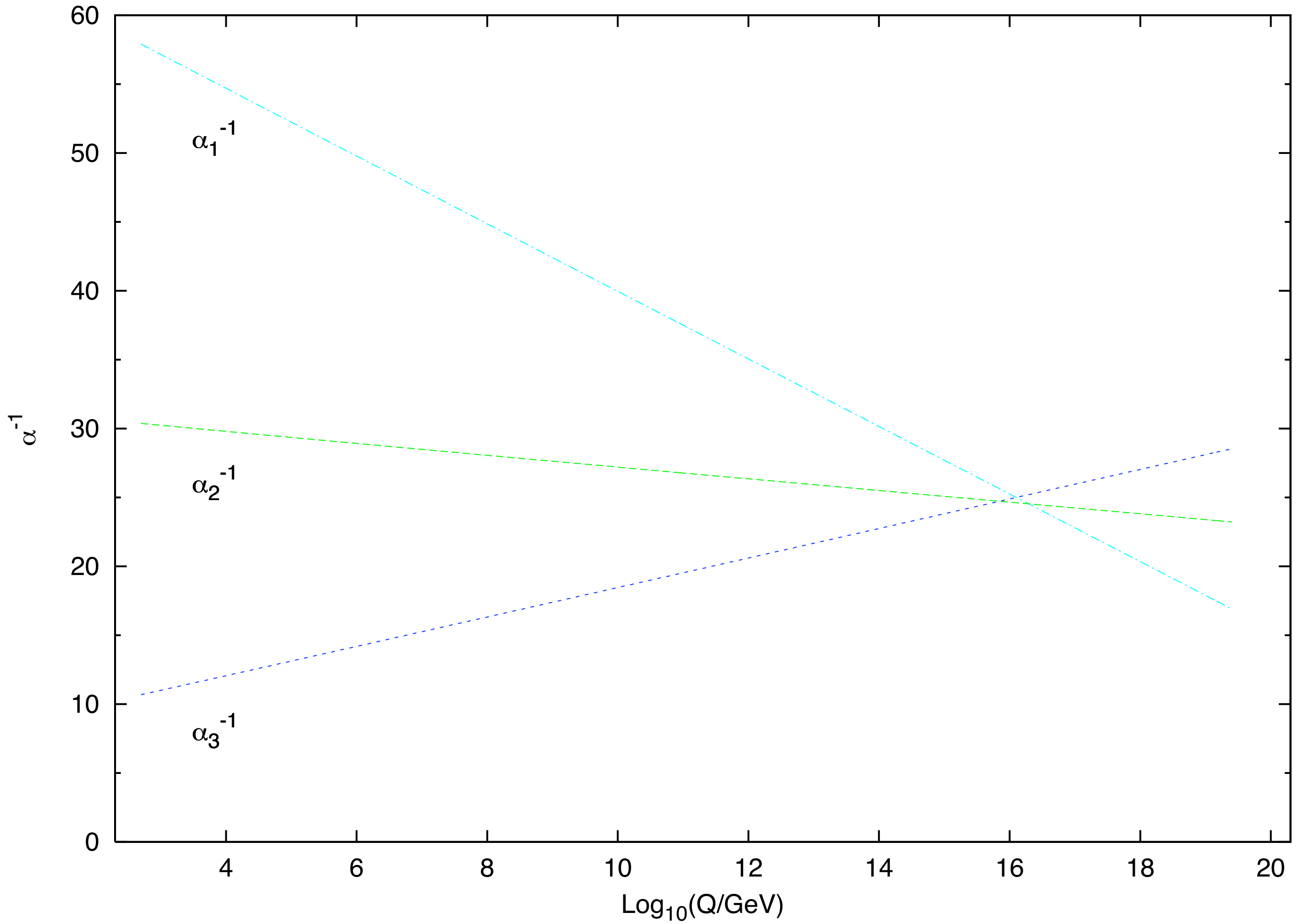
Standardimallille kertoimet ovat

$$b_a^{\mathrm{SM}} = (41/10, -19/6, -7),$$

$t = \ln(Q/Q_0)$.
Uudet hiukkaset muuttavat kertoimia:

$$b_a^{\mathrm{MSSM}} = (33/5, 1, -3).$$

Mittakytkennät



Sähköheikko symmetriarikko

Sähköheikon symmetriarikon tutkimisessa tarvitaan skalaaripotentiaalia. Puutason Higgsin skalaaripotentiaalin termit tulevat soft termeistä

$$\mathcal{L}^{\text{MSSM}}_{\text{soft}} \ni -m^2_{H_u} H^*_u H_u - m^2_{H_d} H^*_d H_d - (b H_u H_d + \text{c.c}),$$

F-termeistä

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs mass}} = -|\mu|^2 (|H^+_u|^2 + |H^0_u| + |H^0_d|^2 + |H^-_d|^2),$$

Sähköheikko symmetriarikko

ja D-termin kontribuutiosta

$$
\begin{aligned}
V &\ni \frac{1}{2}\sum_a g_a^2(\phi^* T^a \phi)^2 \\
&\ni \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2 - |H_d^0|^2 - |H_d^-|^2)^2 \\
&\quad + \frac{1}{2}g^2|H_u^+ H_d^{0*} + H_u^0 H_d^{-*}|^2.
\end{aligned}
$$

Sähköheikko symmetriarikko

Skalaaripotentiaali Higgsille on kokonaisuudessaan

$$
\begin{aligned}
V \;=\;& (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2) + (|\mu|^2 + |m_{H_d}^2|)(|H_d^0|^2 + |H_d^-|^2) \\
&+ [b(H_u^+ H_d^- - H_u^0 H_d^0) + \text{c.c.}] \\
&+ \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2 - |H_d^0|^2 - |H_d^-|^2)^2 \\
&+ \frac{1}{2} g^2 |H_u^+ H_d^{0*} + H_u^0 H_d^{-*}|^2 .
\end{aligned}
$$

Sähköheikko symmetriarikko

Asetetaan $\langle H_u^+ \rangle = 0$ potentiaalin minimissä, jolloin saadaan

$$\frac{\partial V}{\partial H_u^+} = bH_d^- + \frac{1}{2} g^2 H_d^{0*} H_u^0 H_d^{-*} = 0,$$

joka vaatii, että $\langle H_d^- \rangle = 0$. Asetetaan $H_u^+ = H_d^- = 0$:

$$\begin{aligned} V &= (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)|H_u^0|^2 + (|\mu|^2 + |m_{H_d}^2|)|H_d^0|^2 - (bH_u^0 H_d^0 + \mathrm{c.c.}). \\ &\quad + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_u^0|^2 - |H_d^0|^2)^2. \end{aligned}$$

Sähköheikko symmetriarikko

Potentiaalin pisteessä $H_u^0 = H_d^0 = 0$ täytyy olla lokaali maksimi, jotta neutraalit komponent saavat eri suuri kuin nolla VEVin. Vaaditaan

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial {H_u^0}^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial H_u^0 \partial H_d^0} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial H_u^0 \partial H_d^0} & \frac{\partial^2 V}{\partial {H_d^0}^2} \end{vmatrix} < 0.$$

Ratkaisu on

$$b^2 > (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)(|\mu|^2 + m_{H_d}^2).$$

Sähköheikko symmetriarikko

D-flat suunnassa $|H_u^0| = |H_d^0|$ D-termin kontribuutio katoaa. Vaaditaan $V > 0$, saadaan

$$2b < 2|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2.$$

Sähköheikko symmetriarikko

Jos edelliset ehdot täyttyvät, sähköheikko symmetria on spontaanisti rikkoutunut. Odotusarvot ovat $\langle H_u^0 \rangle = v_u$ ja $\langle H_d^0 \rangle = v_d$. Mittabosonien massat ovat

$$
\begin{aligned}
M_Z^2 =& \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)(v_u^2 + v_d^2) = \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)v^2, \\
M_W^2 =& \frac{1}{2}g^2 v^2,
\end{aligned}
$$

missä $v = \sqrt{v_u^2 + v_d^2}$. Odotusarvojen suhde:

$$
\tan\beta = \frac{v_u}{v_d}, \quad \sin\beta = \frac{v_u}{v}, \quad \cos\beta = \frac{v_d}{v}.
$$

Sähköheikko symmetriarikko

Minisaatioehdot vaativat

$$\frac{\partial V}{\partial H_u^0} =2(|\mu|^2 + m_{H_u}^2)v_u - 2bv_d + \frac{1}{2}(g'^2 + g^2)v_u(v_u^2 - v_d^2) = 0,$$

$$\frac{\partial V}{\partial H_d^0} =2(|\mu|^2 + m_{H_d}^2)v_d - 2bv_u - \frac{1}{2}(g'^2 + g^2)v_u(v_u^2 - v_d^2) = 0.$$

Sähköheikko symmetriarikko

Yhtälöt on helppo ratkaista, saadaan

$$\sin 2\beta = \frac{2b}{m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 + 2|\mu|^2},$$

$$m_Z^2 = \frac{2(m_{H_d}^2 - m_{H_u}^2 \tan^2\beta)}{\tan^2\beta - 1} - 2|\mu|^2.$$

Higgsin bosonien massat

$$\mathcal{L} \ni \begin{pmatrix} H_u^{+*} & H_d^{-} \end{pmatrix} \mathbf{m}^2_{H^\pm} \begin{pmatrix} H_u^{+} \\ H_d^{-*} \end{pmatrix}$$

Massamatriisi on

$$\mathbf{m}^2_{H^\pm} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial H_u^{+*} \partial H_u^{+}} & \frac{\partial^2 V}{\partial H_u^{+*} \partial H_d^{-*}} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial H_d^{-} \partial H_u^{+}} & \frac{\partial^2 V}{\partial H_d^{-} \partial H_d^{-*}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b\frac{v_d}{v_u} + \frac{1}{2}g^2 v_d^2 & b + \frac{1}{2}g^2 v_u v_d \\ b + \frac{1}{2}g^2 v_u v_d & b\frac{v_u}{v_d} + \frac{1}{2}g^2 v_u^2 \end{pmatrix},$$

ja sen itseisarvot ovat

$$m^2_{H^\pm} = b(\frac{v_u}{v_d} + \frac{v_d}{v_u}) + m^2_W = m^2_{A^0} + m^2_W, \qquad m_{G^\pm} = 0.$$

Higgsin bosonien massat

$$\mathcal{L} \ni \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathrm{Im} H_u^0 & \mathrm{Im} H_d^0 \end{pmatrix} \mathbf{m}^2_{H_i^0} \begin{pmatrix} \mathrm{Im} H_u^0 \\ \mathrm{Im} H_d^0 \end{pmatrix},$$

ja massamatriisi saadaan kuten aiemmin

$$\frac{1}{2}\mathbf{M}^2_{H_i^0} = \begin{pmatrix} b\frac{v_d}{v_u} & b \\ b & b\frac{v_u}{v_d} \end{pmatrix}.$$

Itseisarvot ovat

$$m^2_{A^0} = b(\frac{v_u}{v_d} + \frac{v_d}{v_u}) = \frac{2b}{\sin 2\beta} = m^2_{H_u} + m^2_{H_d} + 2|\mu|^2, \qquad m_{G^0} = 0.$$

Higgsin bosonien massat

$$\mathcal{L} \ni \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathsf{Re} H_u^0 & \mathsf{Re} H_d^0 \end{pmatrix} \mathbf{m}^2_{H_r^0} \begin{pmatrix} \mathsf{Re} H_u^0 \\ \mathsf{Re} H_d^0 \end{pmatrix},$$

ja massamatriisi on

$$\frac{1}{2}\mathbf{M}^2_{H_r^0} = \begin{pmatrix} b\frac{v_d}{v_u} + \frac{1}{2}(g'^2 + g^2)v_u^2 & -b - \frac{1}{2}(g'^2 + g^2)v_u v_d \\ -b - \frac{1}{2}(g'^2 + g^2)v_u v_d & b\frac{v_u}{v_d} + \frac{1}{2}(g'^2 + g^2)v_d^2 \end{pmatrix},$$

jolla on ominaisarvot

$$m^2_{H^0,h^0} = \frac{1}{2}\left[(m_A^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(m_A^2 + M_Z^2)^2 - 4m_A^2 M_Z^2 \cos^2 2\beta)}\right].$$

Higgsin bosonien massat

Puutasolla h^0:lla on massarajoitus

$$m_{h^0} < m_Z |\cos 2\beta\,|.$$

Kevyt Higgs olisi jo havaittu, joudumme ottamaan huomioon radiatiiviset korjaukset massalle. Stop- ja top-kvarkkien yhden loopin korjaus massaan:

$$\Delta(m_{h^0}^2) = \frac{3}{4\pi^2}\cos^2\!\alpha\; y_t^2 m_t^2 \ln\left(m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}/m_t^2\right)$$

Vaikuttavien shiukkasten massojen ollessa alle 1 TeV, massalla on yläraja

$$m_{h^0} \lesssim 135\,\mathrm{GeV}.$$

Neutraliinot

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs-higgsino-gaugino}} = -\sqrt{2}g\left(\phi^* T^a \psi\right)\lambda^a + \text{c.c.}$$

Ainoat eri suuri kuin nolla odotusarvot ovat $\left\langle h_d^0 \right\rangle = v_d$ and $\left\langle h_u^0 \right\rangle = v_u$. Tästä seuraa

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{\sqrt{2}}g' v_u \lambda^0 \widetilde{H}_u^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} g v_u \lambda^3 \widetilde{H}_u^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} g' v_d \lambda^0 \widetilde{H}_d^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} g v_d \lambda^3 \widetilde{H}_d^0 \\ & -\frac{1}{\sqrt{2}} g v_u \left(\lambda^1 + i\lambda^2\right) \widetilde{H}_u^+ - \frac{1}{\sqrt{2}} g v_d \left(\lambda^1 - i\lambda^2\right) \widetilde{H}_d^- + \text{c.c.}\end{aligned}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\lambda^1 - i\lambda^2\right)$ on $\widetilde{W}^+$ ja $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\lambda^1 + i\lambda^2\right)$ on $\widetilde{W}^-$.

Neutraliinot

Lagrangen yhtälö voidaan kirjoittaa muodossa

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{\sqrt{2}} g' v_u \widetilde{B} \widetilde{H}_u^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} g v_u \widetilde{W}^0 \widetilde{H}_u^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} g' v_d \widetilde{B} \widetilde{H}_d^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} g v_d \widetilde{W}^0 \widetilde{H}_d^0$$
$$- g v_u \widetilde{W}^- \widetilde{H}_u^+ - g v_d \widetilde{W}^+ \widetilde{H}_d^- + \text{c.c.}$$

Higgsino massatermit ovat

$$\mathcal{L}_{\text{higgsino mass}} = -\mu(\widetilde{H}_u^+ \widetilde{H}_d^- - \widetilde{H}_u^0 \widetilde{H}_d^0) + \text{c.c.}$$

Gaugiinojen massatermit:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{soft gaugino mass}} &= -\frac{1}{2} M_a \lambda^a \lambda^a + \text{c.c} \\ &= -\frac{1}{2} M_1 \widetilde{B}\widetilde{B} - \frac{1}{2} M_2 \widetilde{W}\widetilde{W} - \frac{1}{2} M_3 \widetilde{g}\widetilde{g} + \text{c.c.}\end{aligned}$$

Neutraliinot

Mitan ominaistilojen kannassa neutraliinojen massat:

$$\psi^0 = (\widetilde{B}, \widetilde{W}^0, \widetilde{H}_d^0, \widetilde{H}_u^0)$$

$$\mathcal{L}_{\text{neutralino mass}} = -\frac{1}{2}(\psi^0)^T \mathbf{M}_{\widetilde{N}} \psi^0 + \text{c.c.}$$

$$\mathbf{M}_{\widetilde{N}} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -c_\beta\, s_W\, m_Z & s_\beta\, s_W\, m_Z \\ 0 & M_2 & c_\beta\, c_W\, m_Z & -s_\beta\, c_W\, m_Z \\ -c_\beta\, s_W\, m_Z & c_\beta\, c_W\, m_Z & 0 & -\mu \\ s_\beta\, s_W\, m_Z & -s_\beta\, c_W\, m_Z & -\mu & 0 \end{pmatrix}.$$

Massamatriisi on kirjoitettu käyttämällä identiteettejä $s_\beta = \sin\beta = v_u/v$, $c_\beta = \cos\beta = v_d/v$, $m_Z^2 = 1/2(g^2 + g'^2)v^2$, $s_W = \sin\theta_W = g'/\sqrt{g^2 + g'^2}$ ja $c_W = \cos\theta_W = g/\sqrt{g^2 + g'^2}$.

Neutraliinot

Neutraliinojen massat saadaan diagonalisoimalla massamatriisi

$$\mathbf{N}^* \mathbf{M}_{\widetilde{N}} \mathbf{N}^{-1} = \mathbf{M}^D_{\widetilde{N}},$$

missä $(\mathrm{M}^D_{\widetilde{N}})_{ii} = m_{\widetilde{N}_i}$, ja neutraliinot eli massojen ominaistilat ovat

$$\widetilde{N}_i = \mathbf{N}_{ij} \psi^0_j = \mathbf{N}_{i1} \widetilde{B} + \mathbf{N}_{i2} \widetilde{W}^0 + \mathbf{N}_{i3} \widetilde{H}^0_d + \mathbf{N}_{i4} \widetilde{H}^0_u.$$

Chargiinot

Mitan ominaistilojen kannassa chargiinojen massat:

$$\psi^{\pm} = (\widetilde{W}^{+}, \widetilde{H}_u^{+}, \widetilde{W}^{-}, \widetilde{H}_d^{-})$$

$$\mathcal{L}_{\text{chargino mass}} = -\frac{1}{2}(\psi^{\pm})^T \mathbf{M}_{\widetilde{C}} \psi^{\pm} + \text{c.c},$$

$$\mathbf{M}_{\widetilde{C}} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{X}^T \\ \mathbf{X} & 0 \end{pmatrix},$$

ja

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} M_2 & g v_u \\ g v_d & \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2} s_\beta \, m_W \\ \sqrt{2} c_\beta \, m_W & \mu \end{pmatrix}.$$

Chargiinot

Massamatriisin diagonalisointi antaa hiukkasten massat:

$$\mathbf{U}^*\mathbf{X}\mathbf{V}^{-1} = \begin{pmatrix} m_{\widetilde{C}_1} & 0 \\ 0 & m_{\widetilde{C}_2} \end{pmatrix}.$$

Massojen ominaistilat saadaan erillisistä sekoitusmatriiseista positiivisille ja negatiivisille chargiinoille

$$\begin{pmatrix} \widetilde{C}_1^+ \\ \widetilde{C}_2^+ \end{pmatrix} = \mathbf{V} \begin{pmatrix} \widetilde{W}^+ \\ \widetilde{H}_u^+ \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \widetilde{C}_1^- \\ \widetilde{C}_2^- \end{pmatrix} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} \widetilde{W}^- \\ \widetilde{H}_d^- \end{pmatrix}.$$

Gluino

Gluino on gluonin superpartneri. Koska $SU(3)_C$ symmetria ei ole rikkoutunut ja gluino on ainoa värioktetti -fermioni, gluino ei sekoitu muiden fermionien kanssa. Gluinon massatermi on

$$\mathcal{L} \ni -\frac{1}{2} M_3 \widetilde{g}\widetilde{g} + \mathrm{c.c.}$$

Skvarkit

Top-skvarkkien pehmeät supersymmetrian rikkovat massatermit ovat

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{MSSM}} &\ni -\,\widetilde{Q}^\dagger\,\mathbf{m^2_Q}\,\widetilde{Q} - \widetilde{\overline{u}}\,\mathbf{m^2_{\overline{u}}}\,\widetilde{\overline{u}}^\dagger - (\widetilde{\overline{u}}\,\mathbf{a_u}\,\widetilde{Q}H_u + \text{c.c.})\\ &\ni -\,m^2_{Q_3}\widetilde{t}^*_L\widetilde{t}_L - m^2_{\overline{u}_3}\widetilde{t}^*_R\widetilde{t}_R - \widetilde{t}^*_R a_t \widetilde{t}_L H_u^0 - \widetilde{t}_R a_t^* \widetilde{t}^*_L H_u^{0*}\\ &= -\,m^2_{Q_3}\widetilde{t}^*_L\widetilde{t}_L - m^2_{\overline{u}_3}\widetilde{t}^*_R\widetilde{t}_R - v a_t \sin\beta\,\widetilde{t}^*_R\widetilde{t}_L - v a_t^* \sin\beta\,\widetilde{t}^*_L\widetilde{t}_R.\end{aligned}$$

Tarvittava osa superpotentiaalia:

$$W = \overline{u}\mathbf{y_u}QH_u + \mu H_u H_d \ni \ \bar{t}y_t t H_u^0 - \mu H_u^0 H_d^0.$$

Skvarkit

F-termit superpotentiaalista:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} &\ni - \left| \frac{\partial W(\phi)}{\partial t} \right|^2 - \left| \frac{\partial W(\phi)}{\partial \bar{t}} \right|^2 - \left| \frac{\partial W(\phi)}{\partial H_u^0} \right|^2 \\
&\ni - \widetilde{t}_R^* y_t H_u^0 \widetilde{t}_R y_t H_u^{0*} - \widetilde{t}_L y_t H_u^0 \widetilde{t}_L^* y_t H_u^{0*} \\
&\quad + \mu H_d^0 y_t \widetilde{t}_R \widetilde{t}_L^* + \mu^* H_d^{0*} y_t \widetilde{t}_R^* \widetilde{t}_L \\
&= - m_t^2 \widetilde{t}_R^* \widetilde{t}_R - m_t^2 \widetilde{t}_L^* \widetilde{t}_L + v\mu y_t \cos\beta \widetilde{t}_L^* \widetilde{t}_R + v\mu^* y_t \sin\beta \widetilde{t}_R^* \widetilde{t}_L .
\end{aligned}
$$

D-termin kontribuutio:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} &\ni - \frac{1}{2} \sum_a g_a^2 (\phi^* T^a \phi)^2 \\
&\ni - M_Z^2 \cos 2\beta (T_3 - Q \sin^2 \theta_W)(\widetilde{t}_L^* \widetilde{t}_L + \widetilde{t}_R \widetilde{t}_R^*).
\end{aligned}
$$

Skvarkit

$$\mathcal{L}_{\textsf{stop masses}} = -\begin{pmatrix} \widetilde{t}_L^* & \widetilde{t}_R^* \end{pmatrix} \mathbf{m}^{\mathbf{2}}_{\widetilde{\mathbf{t}}} \begin{pmatrix} \widetilde{t}_L \\ \widetilde{t}_R \end{pmatrix},$$

missä $\mathbf{m}^{\mathbf{2}}_{\widetilde{\mathbf{t}}}$ on

$$\mathbf{m}^{\mathbf{2}}_{\widetilde{\mathbf{t}}} = \begin{pmatrix} m^2_{Q_3} + m_t^2 + \Delta_{\widetilde{u}_L} & v(a_t^* \sin\beta - \mu y_t \cos\beta) \\ v(a_t \sin\beta - \mu^* y_t \cos\beta) & m^2_{\overline{u}_3} + m_t^2 + \Delta_{\widetilde{u}_R} \end{pmatrix}.$$

Skvarkit

Stop-kvarkkien massojen ominaistilat ovat $\widetilde{t}_1$ ja $\widetilde{t}_2$ järjestyksessä kevyemmästä painavampaan. Ei-diagonaalisten elementtien ollessa reaaliset, mitan ominaistilojen sekoittuminen on

$$\begin{pmatrix} \widetilde{t}_1 \\ \widetilde{t}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{\tilde{t}} & -\sin\theta_{\tilde{t}} \\ \sin\theta_{\tilde{t}} & \cos\theta_{\tilde{t}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widetilde{t}_L \\ \widetilde{t}_R \end{pmatrix}.$$

Skvarkit ja sleptonit

Sbottomille ja staulle massamatriisit ovat

$$\mathbf{m}^{\mathbf{2}}_{\widetilde{\mathbf{b}}} = \begin{pmatrix} m^2_{Q_3} + m^2_b + \Delta_{\widetilde{d}_L} & v(a^*_b \cos\beta - \mu y_b \sin\beta) \\ v(a_b \cos\beta - \mu^* y_b \sin\beta) & m^2_{\overline{d}_3} + m^2_b + \Delta_{\widetilde{d}_R} \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{m}^{\mathbf{2}}_{\widetilde{\tau}} = \begin{pmatrix} m^2_{L_3} + m^2_\tau + \Delta_{\widetilde{e}_L} & v(a^*_\tau \cos\beta - \mu y_\tau \sin\beta) \\ v(a_\tau \cos\beta - \mu^* y_\tau \sin\beta) & m^2_{\overline{e}_3} + m^2_\tau + \Delta_{\widetilde{e}_R} \end{pmatrix}.$$

Radiatiiviset korjaukset

Edelliset massat vain puutason massoja. Radiatiiviset korjaukset pitää ottaa huomioon realistisissa analyyseissa

- Kevyimmälle Higgsille (h^0) välttämätön puutason rajoituksen vuoksi
- Gluinolle jopa 25% massasta, neutraliinoille ja chargiinoille muutaman prosentin luokkaa

Universaalisuus

Pehmeät supersymmetrian rikkovat termit voivat aiheuttaa liian suuria CP-rikko -faaseja (SUSY CP problem) ja havaitsemattomia FCNC -prosesseja (SUSY flavor problem). Ongelmista päästään eroon olettamalla massojen universaalisuus ja reaalisuus:

$$\mathbf{m^2_Q} = m^2_Q \mathbf{1}, \quad \mathbf{m^2_{\bar{u}}} = m^2_{\bar{u}} \mathbf{1}, \quad \mathbf{m^2_{\bar{d}}} = m^2_{\bar{d}} \mathbf{1}, \quad \mathbf{m^2_L} = m^2_L \mathbf{1}, \quad \mathbf{m^2_{\bar{e}}} = m^2_{\bar{e}} \mathbf{1},$$

ja lisäksi oletetaan, että $\mathbf{a}$-termit ovat verrannollisia Yukawa-kytkentöihin.

$$\mathbf{a_u} = A_{u0} \mathbf{y_u}, \quad \mathbf{a_d} = A_{d0} \mathbf{y_d}, \quad \mathbf{a_e} = A_{e0} \mathbf{y_e}.$$

Universaalisuus GUT -skaalalla

Mittakytkentöjen yhdistymisen innoittamana oletetaan universaalisuus GUT -skalalla (10^{16} GeV):

$$
\begin{aligned}
m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2 = m_{Q_3}^2 = m_{\overline{u}_3}^2 = m_{\overline{d}_3}^2 = m_{L_3}^2 = m_{\overline{e}_3}^2 = m_0, \\
A_{u0} = A_{d0} = A_{e0} = A_0, \\
g_1 = g_2 = g_3 = g_{\mathrm{GUT}}, \\
M_1 = M_2 = M_3 = m_{1/2}.
\end{aligned}
$$

Minimaalista supersymmetristä standardimallia (MSSM) jolle edelliset reunaehdot pätevät kutsutaan minimaaliseksi supergravitaatio -malliksi (mSUGRA). Alemman energiaskaalan parametrit saadaan renormalisaatioryhmän yhtälöistä.

Pimeä aine

Maailmankaikkeuden energiatiheyden voidaan ajatella koostuvan kolmesta eri lähteestä: massallisista hiukkasista, radiaatiosta ja pimeästä enegiasta.

$$\Omega_0 = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda$$

Kylmän pimeän aineen osuus energiatiheydestä on suurempi kuin baryonisen aineen.

WMAP havainnot

WMAP ja muut kosmologiset havainnot:

$$\begin{aligned}
\Omega_b h^2 =& 0.02186 \pm 0.00068, \\
\Omega_c h^2 =& 0.1105^{+0.0039}_{-0.0038}, \\
\Omega_m h^2 =& 0.1324^{+0.0042}_{-0.0041}, \\
\Omega_\Lambda =& 0.732 \pm 0.018, \\
H_0 =& 70.4^{+1.5}_{-1.6} \text{ km/s/Mpc}.
\end{aligned}$$

Relic density

Varhaisessa maailmankaikkeudessa neutraalinot olivat termodynaamisessa tasapainotilassa standardimallin hiukkasten kanssa. Lämpötilan laskiessa tarpeeksi uusia shiukkasia ei voinut enää syntyä, ja raskaat shiukkaset hajosivat kevyimmiksi shiukkasiksi (LSP). Osa LSP:stä annihiloitui keskenään kunnes maailmankaikkeuden laajeneminen pysäytti annihilaatiot. Pimeä aine ehkä koostuu neutraliinokaasusta.

Hiukkasehdokkaat pimeäksi aineeksi

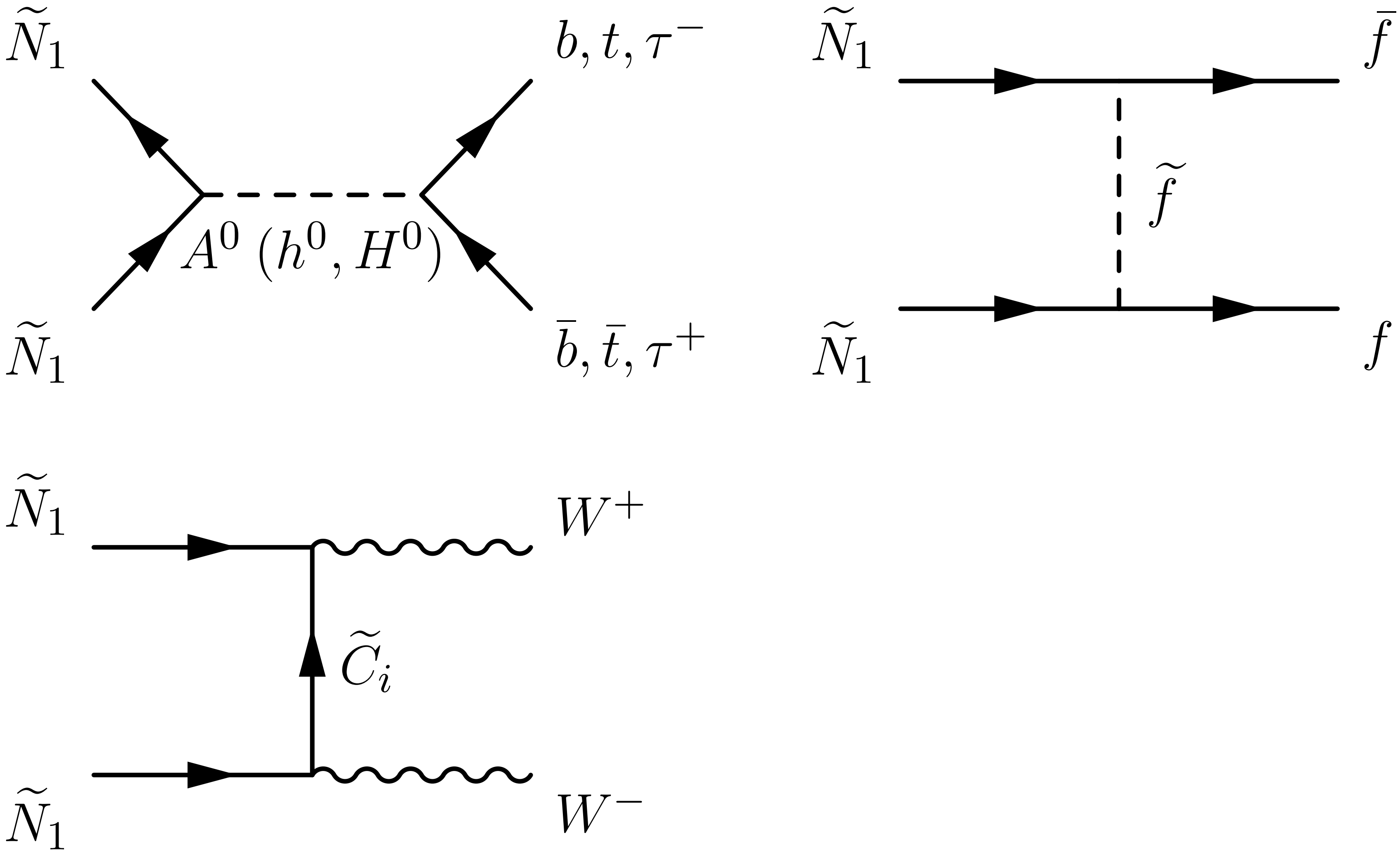
Hiukkasen pitää olla neutraali. Osa varatuista keveimmistä hiukkasista olisi jäänyt ansaan atomeihin ja ytimiin. Anomaaleja ytimiä olisi niin paljon, että ne olisi pitänyt jo havaita.

- Gravitiinot, keveimpiä shiukkasia tietyissä malleissa, olisi miltei mahdoton havaita
- Neutraliinot, ehkä hyvä ehdokas?

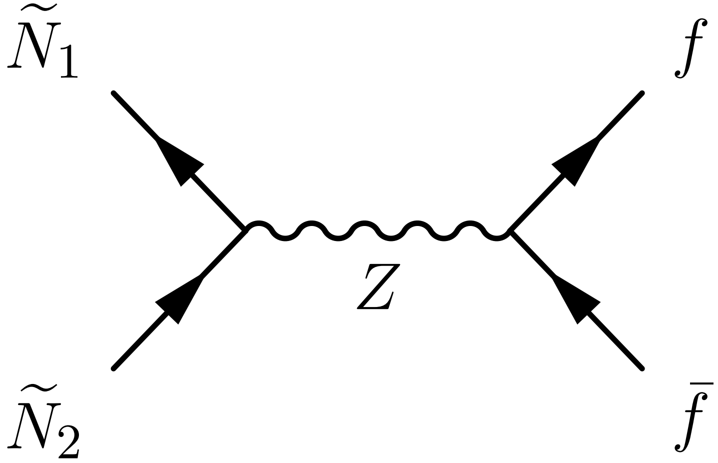
Neutraliinojen annihilaatio

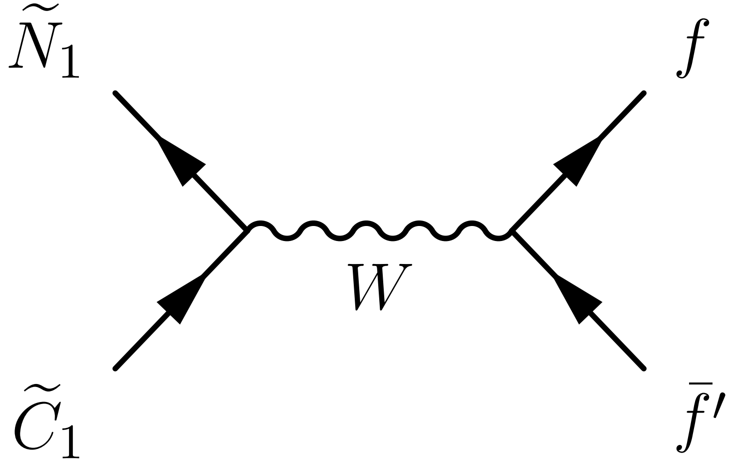
Jos keveimmät neutraliinot (oletetaan, että LSP on kevyin neutraliino) eivät annihiloidu tarpeeksi tehokkaasti, reliikkitiheys on liian suuri. Annihilaatioprosessien tehokkuus riippuus LSP:n koostumuksesta, ja muista shiukkasista, jotka ovat lähes LSP:n painoisia (koannihilaatio -prosessit voivat olla tärkeitä).

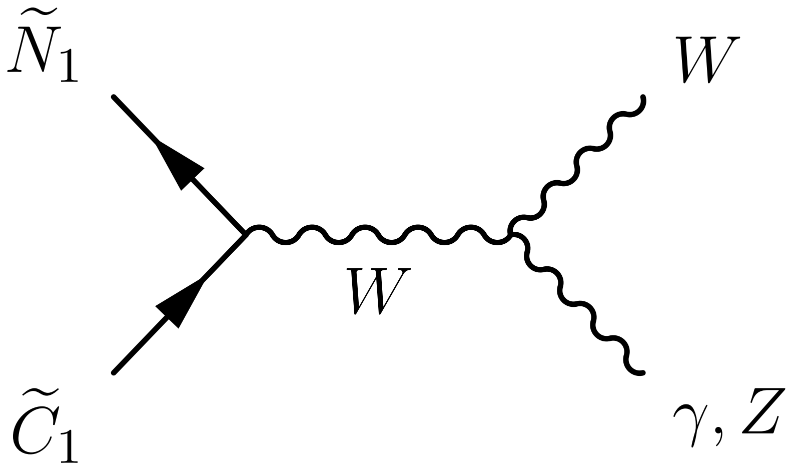
Neutraliinojen annihilaatio



Neutraliinojen annihilaatio







Relic density

Suuressa osassa parametriavaruutta jäännösneutraliinojen tiheys on liian suuri. Yleensä on kuitenkin alueita, joissa tiheys on havaintojen mukainen:

- Bulk region
- Focus point region
- Stau co-annihilation region

LEP massarajat shiukkasille

- LEP ja LEP2 kokeet ovat etsineet shiukkasia tuloksitta
- Voidaan asettaa alaraja monen shiukkasen massalle
- Oletetaan R-pariteetin säilyvän, neutraliino on kevyin hiukkanen...
- $m_{\widetilde{N}_1} > 46$ GeV, $m_{\widetilde{e}} > 73$ GeV, $m_{\widetilde{C}_1} > 94$ GeV, $m_{\widetilde{t}} > 95.7$ GeV jne. (rajoituksin)
- Higgsin bosonin h^0:n massa $m_{h^0} > 114.4$ GeV.

Muita kokeellisia rajoituksia

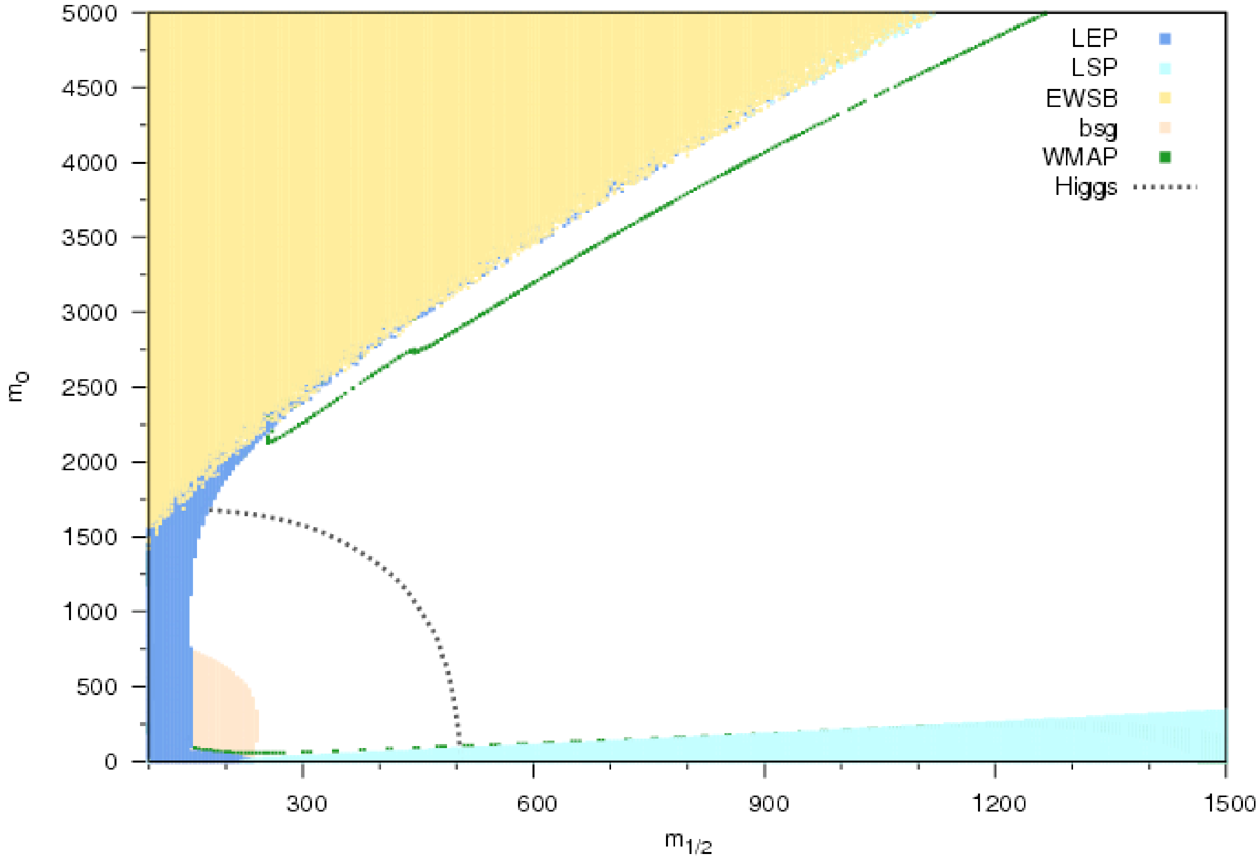
Uudet shiukkaset voivat vaikuttaa monissa prosesseissa

- $B(b \to s\gamma)$
- $B(B_s^0 \to \mu^+\mu^-)$
- Myonin magneettinen momentti $a_\mu = \frac{(g-2)_\mu}{2}$

Pimeä aine numeerisesti

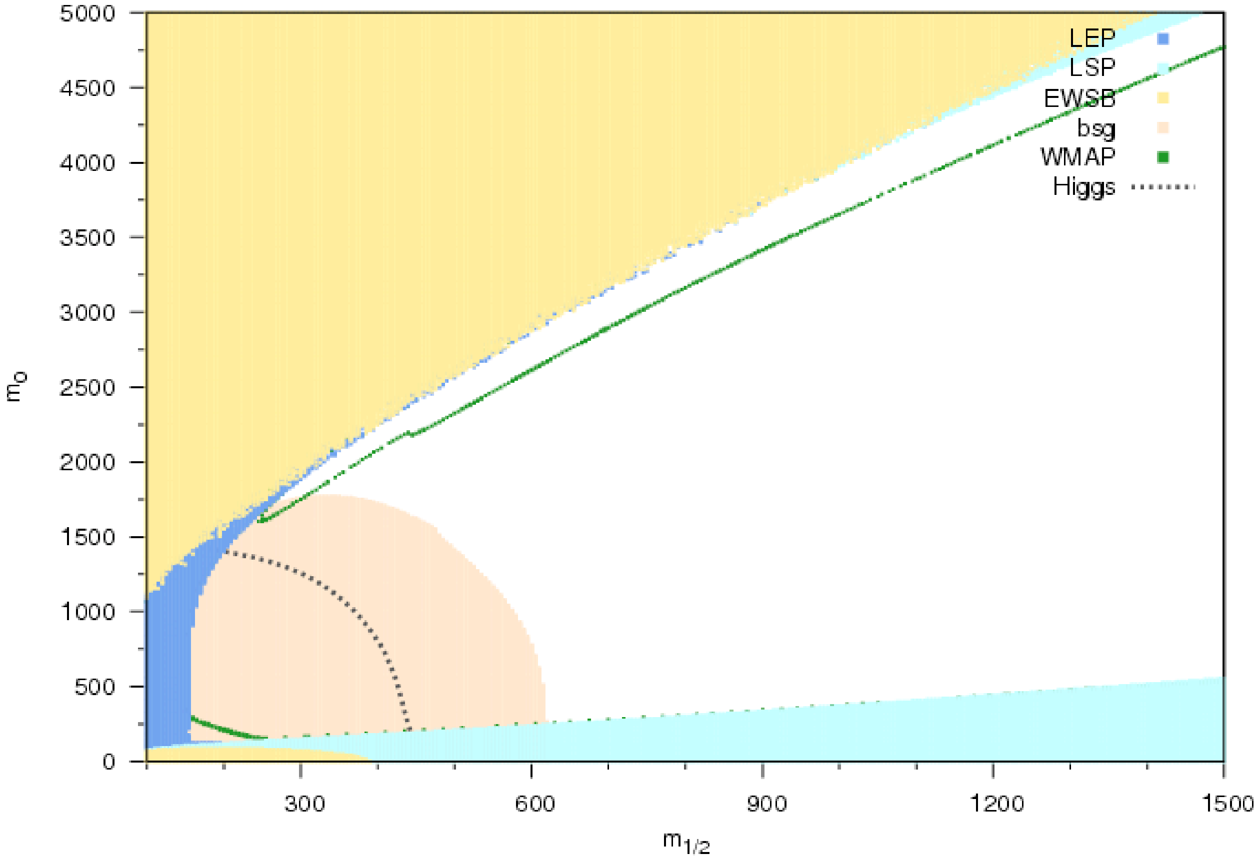
- Minimaalinen supergravitaatio -malli (mSUGRA)
- Parametrit $m_0,\ m_{1/2},\ A_0,\ \tan\beta$ ja $\mathrm{sign}(\mu)$
- Renomalisaatioryhmän yhtälöiden evoluutio SOFTSUSYllä
- reliikkitiheyden ja rajoitukset micrOMEGAs -ohjelmalla

Pimeä aine numeerisesti



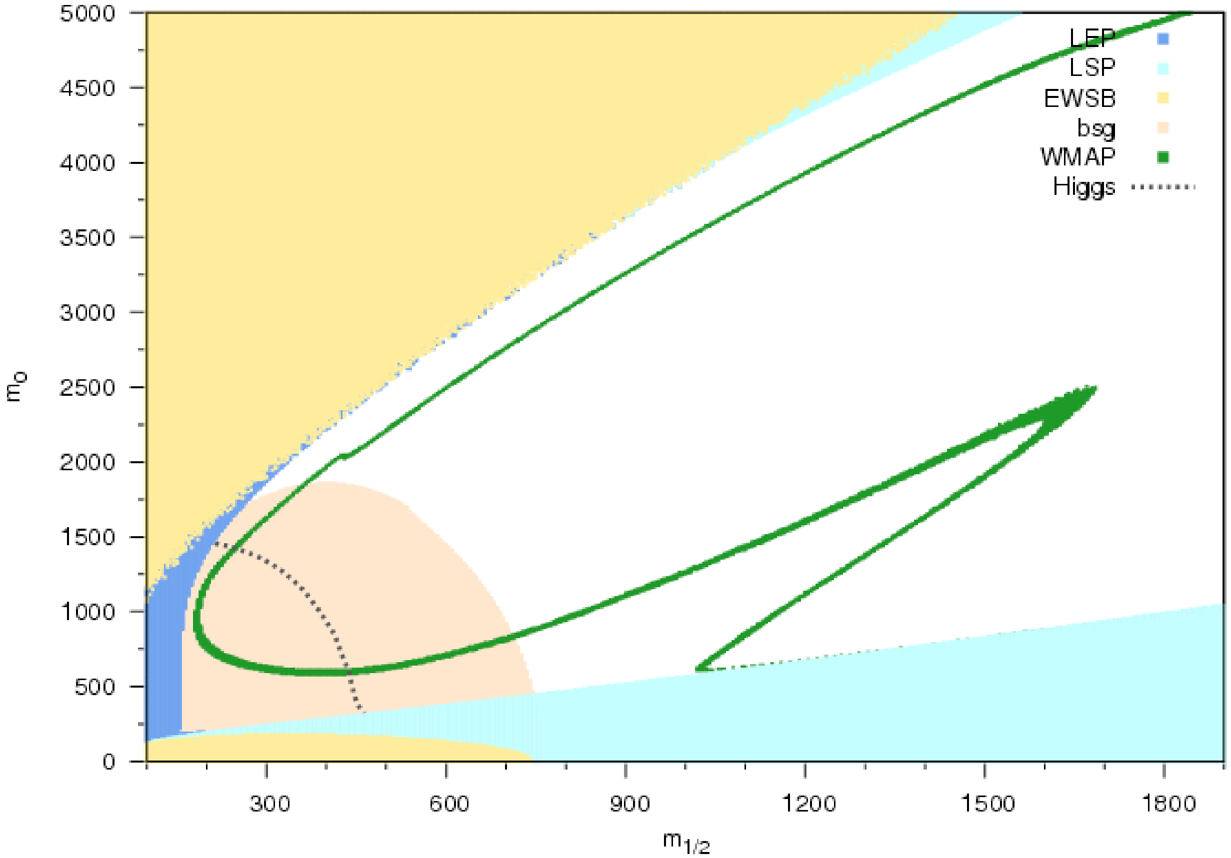
$\tan\beta = 10$, $A_0 = 0$, $\mathrm{sign}(\mu) = +1$

Pimeä aine numeerisesti



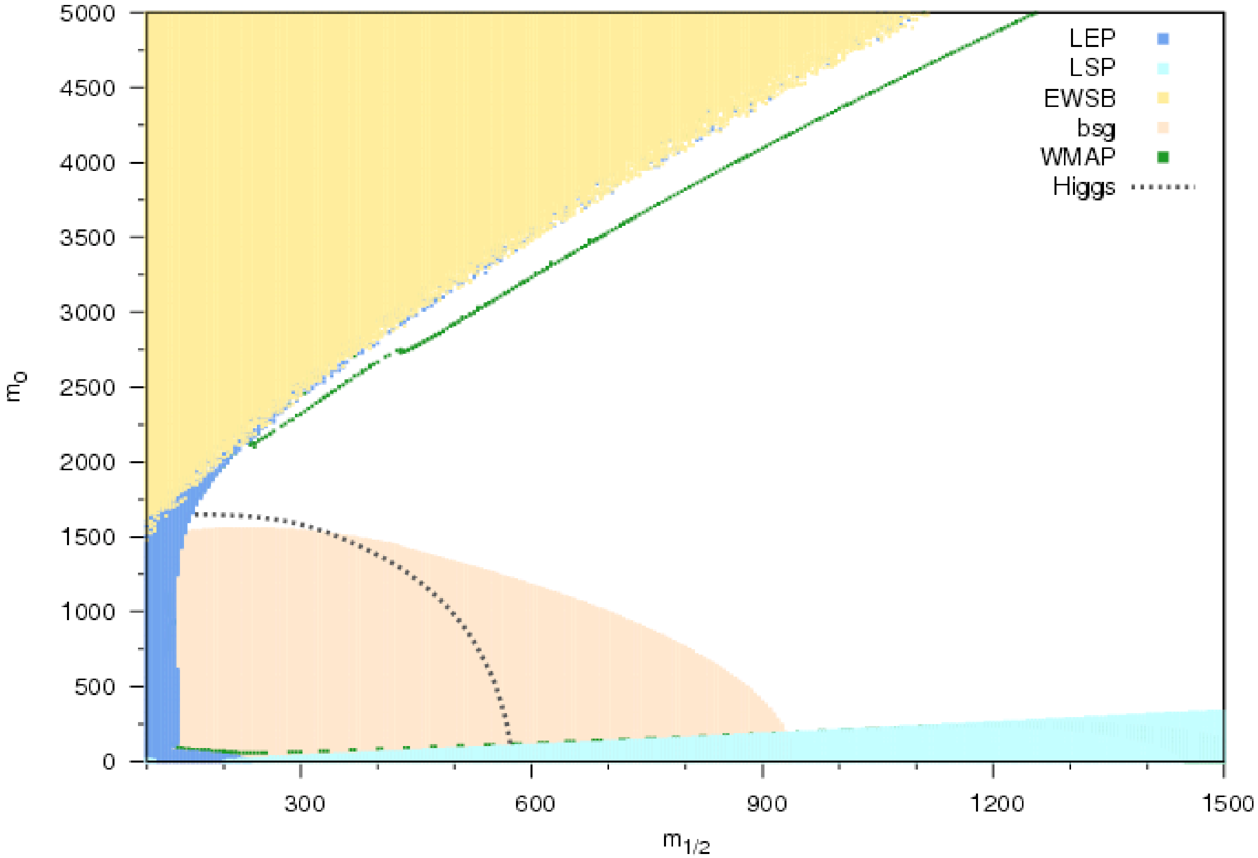
$\tan\beta = 35$, $A_0 = 0$, $\mathrm{sign}(\mu) = +1$

Pimeä aine numeerisesti



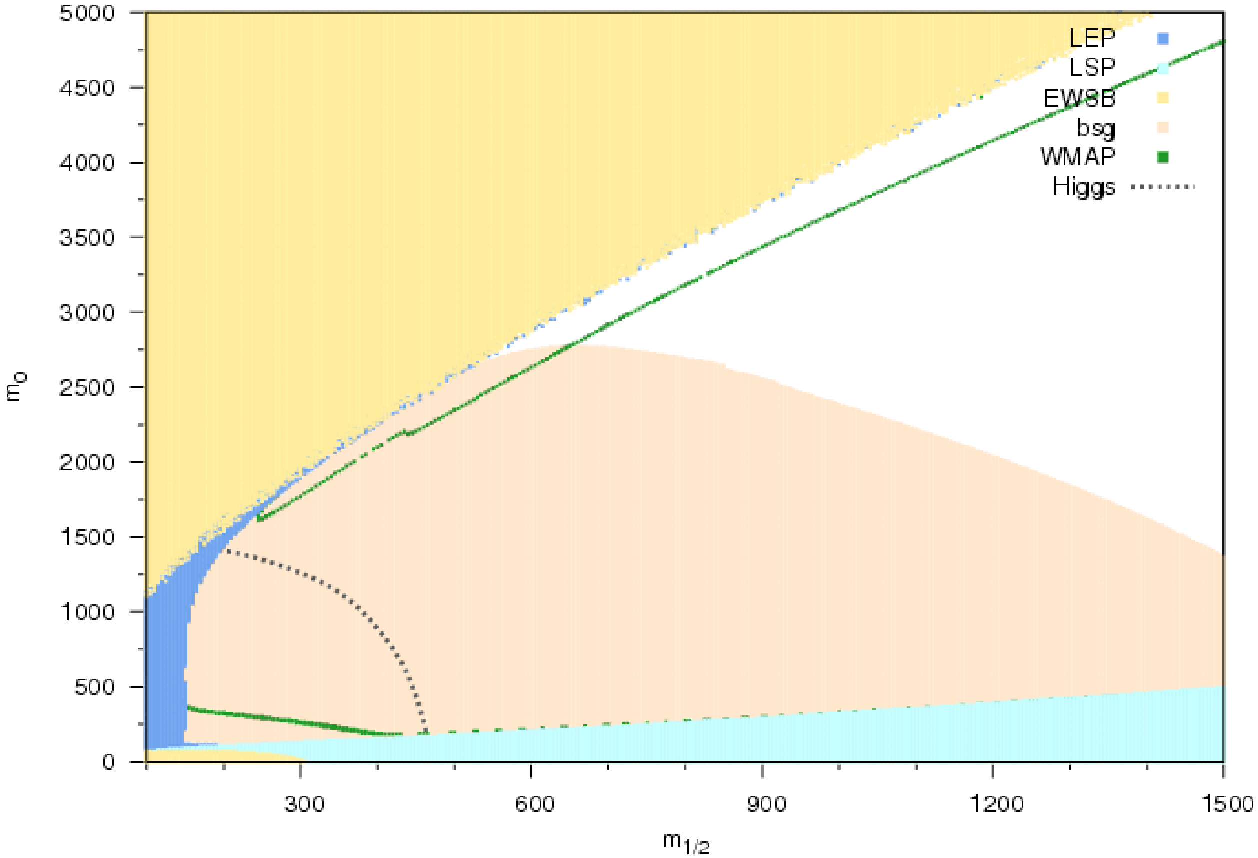
$\tan\beta = 50$, $A_0 = 0$, $\mathrm{sign}(\mu) = +1$

Pimeä aine numeerisesti



$\tan\beta = 10$, $A_0 = 0$, sign$(\mu) = -1$

Pimeä aine numeerisesti



$\tan\beta = 35$, $A_0 = 0$, $\mathrm{sign}(\mu) = -1$

Yhteenveto

- Ei vielä todisteita supersymmetriasta
- Paljon mahdollisia erilaisia malleja vielä
- Neutraliino voi olla hiukkanen vastuussa pimeästä aineesta