

Inflaatio ja perturbaatiot kosmologiassa

Elina Riskilä

`kaisa.riskila@helsinki.fi`

*Teoreettisen fysiikan laudatureseminaari
Helsingin yliopisto*

15.4.2008

- Inflaatio
- Perturbaatiot kosmologiassa
- Muutama sana ei-gaussisuudesta

- Inflaatiolla tarkoitetaan ajanjaksoa hyvin varhaisessa maailmankaikkeudessa, jolloin maailmankaikkeus laajeni kiihtyvällä vauhdilla:

$$\ddot{a} > 0 \tag{1}$$

- Kiihtyvä laajeneminen on mahdollista, jos maailmankaikkeuden energiatiheyden vallitseva komponentti on tyhjiöenergia ($p < 0$)
- Tätä kuvataan skalaarikentällä (inflatoni) ϕ , jolloin saadaan negatiivinen paine
- Inflaatio on lisäys tavalliseen Hot Big Bang-teoriaan (hienosäätöä)
- Ei varsinainen teoria (yhteys hiukkasfysiikkaan puuttuu), vaan lukuisia malleja, jotka kuvaavat maailmankaikkeuden kiihtyvää laajenemista

- Havainnot ristiriidassa Hot Big Bang-teorian kanssa
- Tasaisuusongelma (Flatness Problem):
 - Nykyisin tiheysparametrin arvo on $\Omega \simeq 1$, jolloin Friedmannin yhtälöistä seuraa, että varhaisina aikoina Ω on ollut hyvin lähellä ykköstä,

$$|\Omega - 1| \simeq 10^{-16} \quad (2)$$

- Tarvitaan jokin dynaaminen prosessi joka saattaa Ω :n lähelle ykköstä
- Horisonttiongelmia (Horizon problem)
 - CMB:n lämpötila huomattavan tasainen
 - Statistisessa systeemissä kuitenkin fluktuaatioita
 - Alueiden täytynyt joskus olla kausaalisessa yhteydessä
- Kosmiset reliikit
- Tarvitaan siis hienosäätöä teoriaan, pelkkä Hot Big Bang ei riitä!

- Ratkaisuna inflaatio:
 - Maailmankaikkeus laajenee eksponentiaalisesti, ja laajenemisnopeus ylittää valonnopeuden
 - Koko havaittava maailmankaikkeus syntynyt yheden kausaalisen horisontin sisältä
 - Inflaation aikana Hubblen etäisyys pienenee, jolloin myös

$$|\Omega - 1| = \frac{k}{a^2 H^2} \quad (3)$$

pienenee, eli $\Omega \rightarrow 1$

- Kuvataan skalaarikentällä ϕ (inflatoni), joka liikkuu hitaasti jossakin sopivassa potentiaalissa $V(\phi)$
- Tällöin potentiaali \sim vakio, vastaa tyhjiöenergiaa
- Inflaation loputtua normaali Big Bang alkaa ja maailmankaikkeus lämpenee (reheating)

- Skalaarikentän dynamiikka saadaan käyttämällä Lagrangen formalismia:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L} \quad (4)$$

- Kentän Lagrangen tiheys

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \quad (5)$$

- Käytetään FRW-metriikkaa, jolloin variaatioperiaatteella $\delta S = 0$ saadaan skalaarikentälle liikeyhtälö laajenevassa maailmankaikkeudessa:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{a^2} \nabla^2 \phi + V'(\phi) = 0 \quad (6)$$

- Inflaatio "hävittää" alkuehdot, vain potentiaalin valinnalla siis väliä
- Inflaatiomalliin tarvitaan siis
 - sopiva potentiaali
 - jokin keino eksponentiaalisen laajenemisen loppumiseen
- Malleja:
 - Slow Roll
 - kaoottinen inflaatio
 - hybridi-inflaatio

- Slow Roll-approksimaatio:

$$\dot{\phi}^2 \ll V(\phi) \quad (7)$$

$$\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi} \quad (8)$$

- liikeyhtälö on siis

$$3H\dot{\phi} = -V'(\phi) \quad (9)$$

- Friedmannin yhtälö saa muodon

$$H^2 = \frac{1}{3M_P^2} V(\phi) \quad (10)$$

- Voidaan kuvata kätevästi määrittelemällä Slow Roll-parametrit:

$$\epsilon = \frac{1}{2} M_P^2 \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \quad (11)$$

$$\eta = M_P^2 \left(\frac{V''}{V} \right) \quad (12)$$

- Kun $\epsilon, \eta \ll 1$ saadaan inflaatio!

- Hybridi-inflaatioksi kutsutaan mallia, jossa on kaksi skalaarikenttää:
 - Tavallinen inflatonikenttä ϕ (noudattaa Slow Roll- ehtoja)
 - "waterfall-kenttä σ , joka lopettaa inflaation ja aiheuttaa reheatingin
- σ on levossa, kunnes inflatonikenttä saavuttaa jonkin kriittisen arvon
- tällöin σ :sta tulee epästabiili ja se liikkuu nopeasti potentiaalin minimiin, jolloin inflaatio päättyy
- Potentiaali voi olla esimerkiksi muotoa

$$V(\phi, \sigma) = \frac{1}{4}(M^2 - \sigma^2)^2 + \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{1}{2}g^2\phi^2\sigma^2 \quad (13)$$

- hybridi-inflaation hyvä puoli on, ettei inflatonikentän arvon tarvitse olla suuri

- Eksponentiaalisen laajenemisen seurauksena maailmankaikkeus on kylmä ja tyhjä
- kuitenkin energiaa (inflatonkenttä)
- Inflaation jälkeen alkaa tavallinen Big Bang
 - kentän energia siirtyy muille hiukkasille
- inflatonkenttä ϕ alkaa oskilloida lähellä potentiaalin minimiä inflaation jälkeen
- ϕ hajoaa hiukkasiksi
- Tätä voidaan kuvata liikeyhtälöllä:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + 3H\Gamma + V'(\phi) = 0 \quad (14)$$

- Syntyneet hiukkaset vuorovaikuttavat keskenään luoden uusia hiukkaslajeja, kunnes maailmankaikkeus saavuttaa termisen tasapainon.

- Koherentisti värähtelevä kenttä voi hajota bosoneiksi (parametrinen resonanssi)
- Inflatonkenttä hajoaa massiivisiksi bosoneiksi
 - Hajoaminen nopeaa
 - Maailmankaikkeus kaukana termisestä tasapainosta
- Syntyneet bosonit hajoavat edelleen toisiksi hiukkasiksi
- Syntyy uusia hiukkasia ja lopulta maailmankaikkeus termisessä tasapainossa, normaali Big Bang

- Inflaation aikana skalaarikenttä ϕ kokee kvanttifluktuaatioita
 - tyhjiöenergian arvoon epämääräisyyttä
 - häiriöitä kentän energiatiheyteen ρ_ϕ
- inflaation aikana kaikki pituusskaalat kasvavat eksponentiaalisesti: inflaatio venyttää myös mikroskooppiset häiriöt kosmisiin mittoihin!
- kun kvanttifluktuaatio kasvaa horisonttia suuremmaksi, muuttuu perturbaatio klassiseksi
 - häiriö joko lakkaa kehittymästä tai luhistuu kasaan
- häiriöitä metriikkaan
- näistä seuraa myöhemmin massatihentymiä ja -harventumia, jotka kasvavat gravitaation seurauksena
- suurten skaalojen rakenteet ja CMB:n lämpötilavaihtelut syntyvät

- Häiriöt ovat hyvin pieniä, jolloin ne voidaan yleensä olettaa lineaarisiksi. Tällöin voidaan jakaa inflatonkenttä homogeeniseen taustaan, jossa on pieni häiriö:

$$\phi(\bar{x}, t) = \phi_0(t) + \delta\phi(\bar{x}, t) \quad (15)$$

- Homogeeninen tausta $\phi_0(t)$ noudattaa Slow Roll- mallia
- Perturbaatiolle $\delta\phi(\bar{x}, t)$ saadaan liikeyhtälö

$$\delta\ddot{\phi} + 3H\delta\dot{\phi} - \frac{1}{a^2}\nabla^2\delta\phi + m^2\delta\phi = 0 \quad (16)$$

- Häiriön fourier-moodeille saadaan siis

$$\delta\ddot{\phi}_k + 3H\delta\dot{\phi}_k + \left(\left(\frac{k}{a} \right)^2 + m^2 \right) \delta\phi_k = 0 \quad (17)$$

- Nyt voidaan laskea, mitä häiriölle käy, kun se kasvaa horisonttia suuremmaksi.

- Horisontin ylitys: $k = aH$
- Horisontin sisällä moodit tasoaltoja \rightarrow oskilloi!
- Horisontin ulkopuolella taas häiriöt "jäätävät"

- Häiriö inflatonkentässä synnyttää tiheysperturbaatioita:

$$\delta\rho_\phi \sim \delta V(\phi) \quad (18)$$

- tiheysperturbaatioista taas seuraa häiriö metriikassa:

$$\mathcal{R}_k = -\frac{H}{\dot{\phi}}\delta\phi_k \quad (19)$$

- invariantti koordinaatistomuunnoksissa
- vakio horisonttia suuremmilla skaaloilla

- Spektri

$$\mathcal{P}_r(k) = \frac{1}{24\pi\epsilon M^2} V \quad (20)$$

- Yhteys kosmisen mikroaaltotaustan spektri-indeksiin:

$$\mathcal{P}_r(k) \propto k^{n-1} \quad (21)$$

- Slow roll-parametrien avulla ilmaistuna

$$n - 1 = 2\eta - 6\epsilon \quad (22)$$

- Kun inflaatio loppuu, perturbaatiot palaavat takaisin horisontin sisään
- Reheating: inflaatiovaihe päättyy, aine ja säteily syntyy inflatonkentän hajotessa
- Metriikassa perturbaatioita → syntyy massatihentymiä ja -harventumia
 - baryonit ja fotonit jäävät ”jumiin” tihentymiin
 - vastaavasti harventumissa vähemmän ainetta
 - baryoni-fotonikaasu oskilloi
 - kaasun tihentymät ja harventumat näkyvät CMB:n spektrin akustisina piikkeinä
- Nämä havaittavat tiheysvaihtelut ovat siis peräisin inflaatiosta!

- Tähän asti perturbaatioita käsitelty lineaarisina
 - 2-piste korrelaattorit
 - Gaussiset muuttujat
- Uudehko aihe inflaatiossa: ei vielä paljoa tutkittu
- Tuo uutta tietoa, jolloin saadaan uusia tapoja testata inflaatiomalleja
- Kuitenkin huomattavasti monimutkaisempi teoria
 - Useamman kentän inflaatiomallit
 - Korkeamman kertaluvun häiriöt
- Yhetys havaintoihin: CMB?

- Inflaatio: aikakausi varhaisessa maailmankaikkeudessa jolloin universumi laajeni eksponentiaalisesti
- Kiihtyvän laajenemisen aiheuttaa inflatonkentän tyhjiöenergia
- Selittää Big Bang-teorian ongelmat ja ennustaa CMB:n spektrin
- Ei (vielä) yhtenäistä teoriaa, useita erilaisia malleja
 - potentiaali
 - Reheating
- Inflatonkentän hajotessa hiukkasiksi universumi lämpeni ja materia syntyi
- Skalaarikentän kvanttifluktuaatioista perturbaatioita, jotka inflaatio venytti kosmisiin skaaloihin
 - suuren skaalan rakenteet
 - kosmisen mikroaaltotaustan lämpötilavaihtelut
- Maailmankaikkeuden rakenteiden alkuna siis inflaatio!
- Uutta tietoa ei-gaussisuuden tutkimisella?