

Muutaman kappaleen ilmiöitä kvanttipisteissä

Oona Kupiainen

Teoreettisen fysiikan
syventävien opintojen seminaari

5. 11. 2009

Esitelmien rakenne

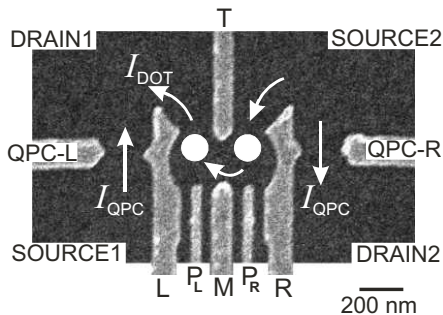
Ensimmäinen esitelmä:

- Johdanto
 - Mikä on kvanttipiste?
 - Yksi hiukkanen kvanttipisteessä
 - Laskennallisia menetelmiä
 - Kvanttimekaniikkaa useammalla hiukkasella

Toinen esitelmä:

- Muutaman kappaleen ilmiöitä kvanttipisteissä
 - Kaksoiskvanttipisteen varaaminen
 - FIR-spektrejä
 - Kvanttipiste magneettikentässä
 - Aikakehitys: tunnelloituminen potentiaaliuopasta toiseen.

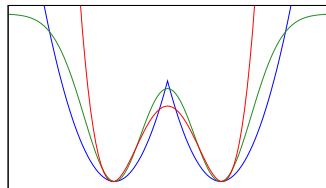
Kaksoiskvanttipiste



J. M. Elzerman *et al.*

Phys. Rev. B 67, 161308 (2003)

Laskennallisia malleja:



- paraboliset kuopat
- gaussiset kuopat
- 4. asteen polynomi (tässä työssä)

Kaksoiskvanttipisteen varaaminen

- Elektronin lisäämisen vaatimaa energiaa kuvataan kemiallisella potentiaalilla:

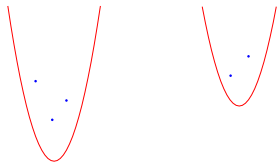
$$\mu(N) = E(N) - E(N - 1),$$

missä $E(N)$ on N :n hiukkasen perustilan energia.

- Kun $\mu(N) < 0$, N :nen hiukkasen lisääminen on energeettisesti edullista.
- Optimaalinen hiukkasluku on suurin N , jolle $\mu(N) < 0$.

Kytkeytymätön kaksoiskvanttipiste

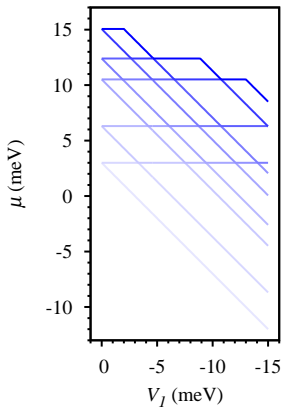
- Kaksi parabolista kvanttipistettä, joiden potentiaaleja voi säätää.
- Vain samassa kuopassa olevat elektronit vuorovaikuttavat keskenään.
- Kokonaisenergia:



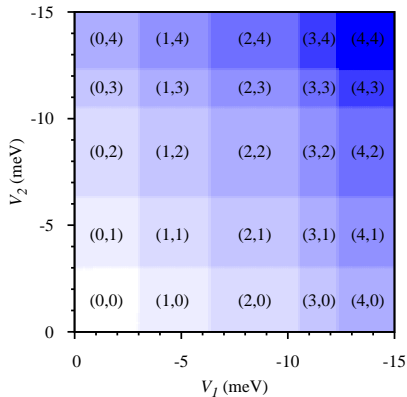
$$E(N_1 + N_2) = E_1(N_1) + E_2(N_2),$$

perustilalla sellaiset miehitykset, että energia minimoituu.

Kytkeytymätön kaksoiskvanttipiste

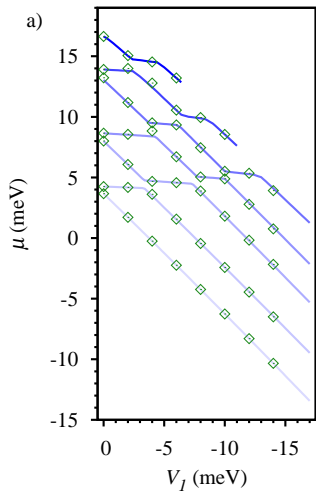


kemiallinen potentiaali

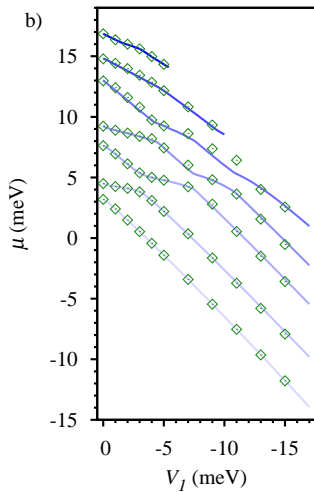


stabiilisuusdiagrammi

Kytkeyty kaksoiskvanttipiste

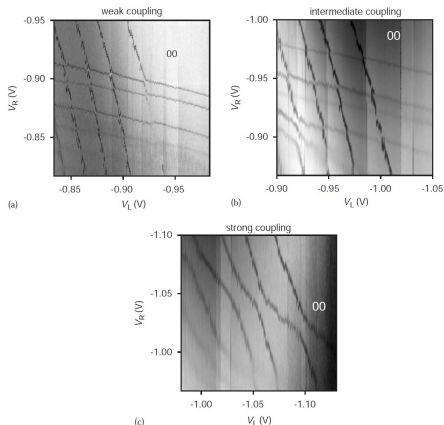
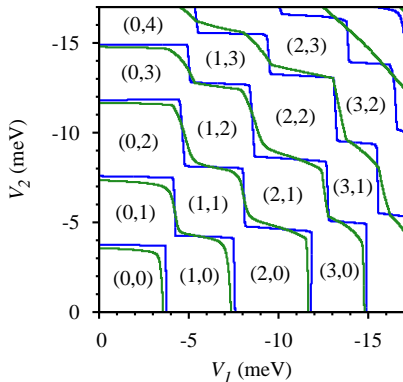


heikosti kytkeyty



vahvasti kytkeyty

Kytkeyty kaksoiskvanttipiste



Laskettuja stabiilisuusdiagrammeja:

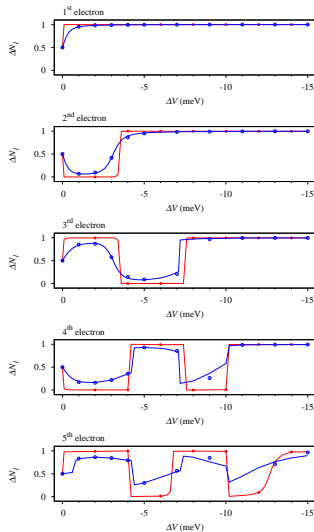
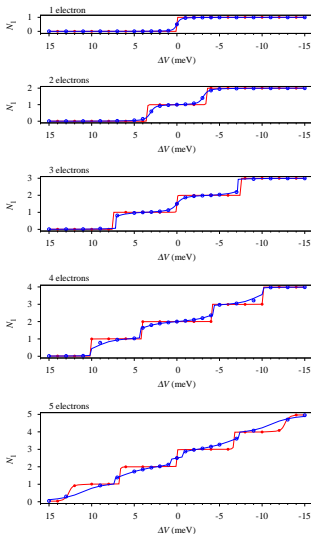
- sininen: heikosti kytketty
- vihreä: vahvasti kytketty

Kokeellisia stabiilisuusdiagrammeja

J. M. Elzerman *et al.*

Physica E 25 (2004) 135-141

Kytkeyty kaksoiskvanttipiste



Kuoppien täyttymisjärjestys potentiaalieron funktiona heikosti (pun.) ja vahvasti (sin.) kytkeyssä kaksoiskvanttipisteessä.

FIR-spektri

- Viritetään kvanttipisteen perustilaa infrapunasäteilyllä.
- Aallonpituus \gg systeemi
 \Rightarrow siniaallolle riittää lineaarinen approksimaatio.
- Viritetty tila: $|f_0\rangle = \hat{p}|\Psi_0\rangle$, missä \hat{p} on polarisaatiosuunta
 - lineaarisessa polarisaatiossa esim. $\hat{p} = x$
 - ympyräpolarisaatiossa $\hat{p} = x \pm iy$.

- Spektri:

$$\begin{aligned}C_p(\omega) &= \sum_l \delta(\omega - (E_l - E_0)) |\langle \Psi_l | \hat{p} | \Psi_0 \rangle|^2 \\ &= \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \text{Im}(G_p(E_0 + \omega + i\eta))\end{aligned}$$

- Greenin funktio:

$$G_p(z) = \langle f_0 | (z - \hat{H})^{-1} | f_0 \rangle$$

FIR-spektri

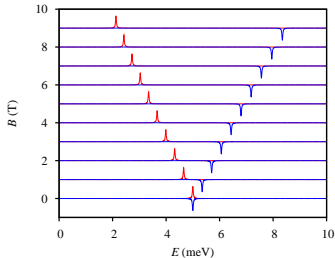
- Hermiittisenä operaattorina \hat{H} voidaan sopivassa kannassa esittää tridiagonaalimuodossa:

$$H = \begin{pmatrix} a_0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ b_1 & a_1 & b_2 & \ddots & \vdots \\ 0 & b_2 & a_2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b_m \\ 0 & \cdots & 0 & b_m & a_m \end{pmatrix}$$

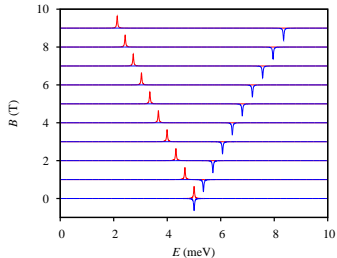
- Greenin funktiolle voidaan johtaa ketjumurtolukuesitys:

$$\begin{aligned} G_p(z) &= \langle f_0 | (z - \hat{H})^{-1} | f_0 \rangle \\ &= \frac{\langle f_0 | f_0 \rangle}{z - a_0 - \frac{b_1^2}{z - a_1 - \frac{b_2^2}{z - a_2 - \dots}}} \end{aligned}$$

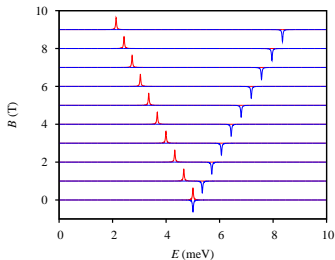
Parabolinen kvanttipiste magneettikentässä



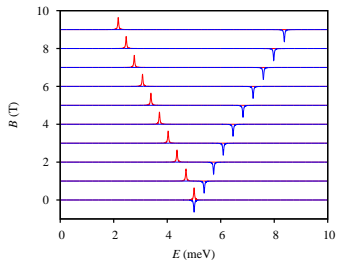
1 elektroni



2 elektronia



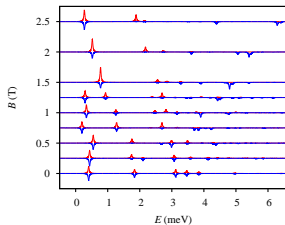
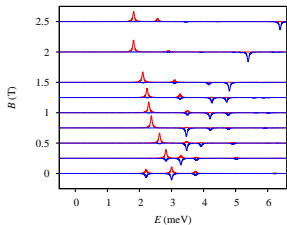
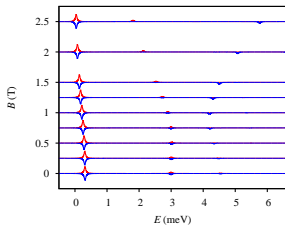
3 elektronia



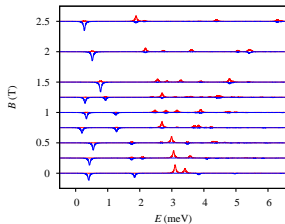
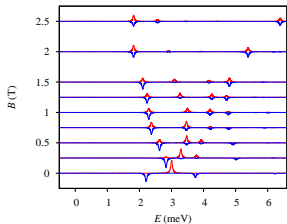
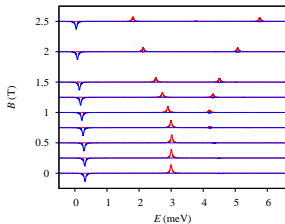
4 elektronia

Kaksoiskvanttipiste magneettikentässä

vasen- ja oikeakätinen polarisaatio:



lineaarinen polarisaatio:



1 elektroni

2 elektronia

3 elektronia

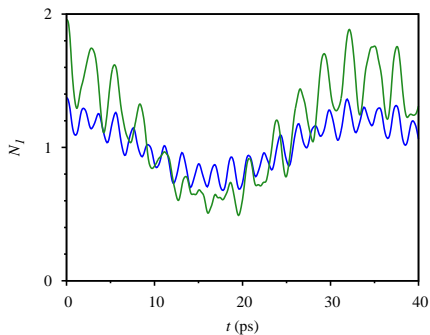
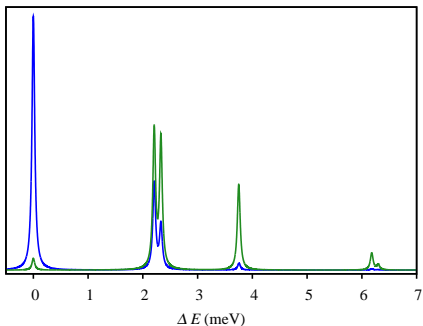
Aikakehitys

- Ratkaistaan perustila jollain potentiaalierolla.
- Muutetaan potentiaalieroa ja propagoidaan aaltofunktiota:

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-iH't}|\Psi(0)\rangle.$$

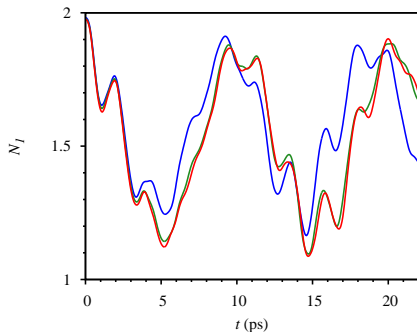
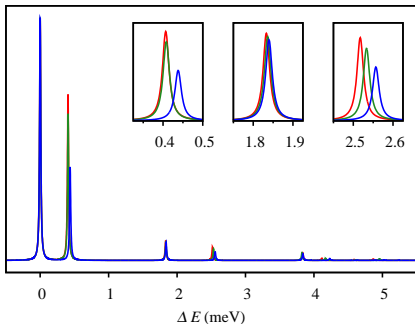
- Sopivilla potentiaalin valinnoilla hiukkaset tunneloituvat kvanttipisteestä toiseen.

Aikakehitys



- kaksi hiukkasta
- potentiaalierot:
 - 3 meV \rightarrow 0 meV (sininen)
 - 6 meV \rightarrow 0 meV (vihreä)

Aikakehitys



- kolme hiukkasta
- potentiaaliero 3 meV \rightarrow 0 meV
- yksihiukkastilat potentiaaliaroille 0 meV (pun.), 1 meV (vihr.) ja 3 meV (sin.)

Aikakehitys on herkkä pienille virheille viritettyjen monihiukkastilojen energioissa.

Johtopäätökset

Lagrangen hilan menetelmä soveltuu hyvin kvanttipisteiden tutkimiseen:

- + Yksihiukkastilat saadaan tarkasti ja nopeasti.
- Potentiaalin täytyy olla kyllin sileä, jotta yhden hiukkasen energiat ja aaltofunktiot suppenisivat.
- /+ Vuorovaikutusmatriisialkioiden laskeminen on melko hidasta (n. 15 s/kpl), vaikka ne eivät vaadi integroimista. Yhteenlaskun pystyy kuitenkin rinnakkaistamaan.
- + Potentiaalia voi osittain käsitellä häiriönä.
- + Eksaktilla diagonalisoinnilla päästään tarkastelemaan erilaisia muutaman Coulombisesti vuorovaikuttavan elektronin ilmiöitä.