LuK-seminaarin 1-vuotisseminaari,

Hki 3.3.2010

Kaksifotoninen Jaynes-Cummings-mallin testaaminen*

Jukka Väyrynen

*Kopioitu artikkelista Deppe, Mariantoni et al. [ArXiv:0805.3294v1].

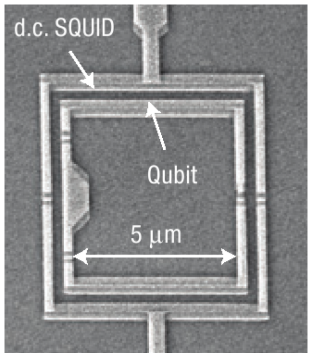
Contents

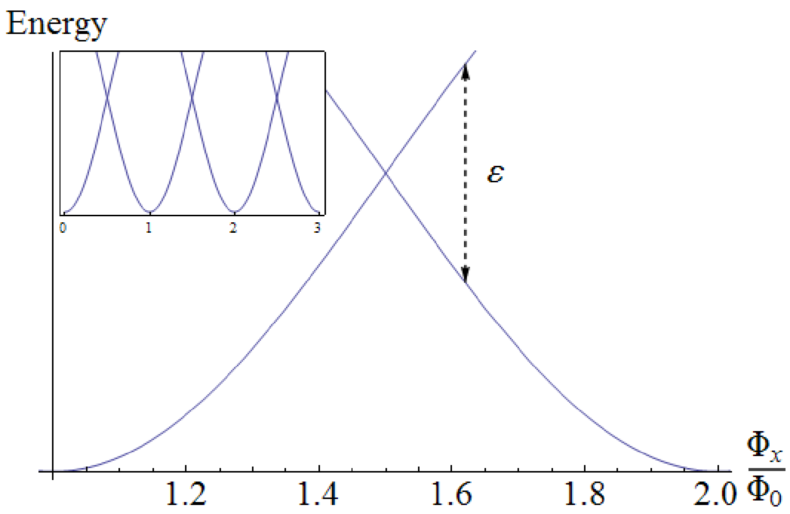
Kaksi kvanttisysteemiä: kubitti

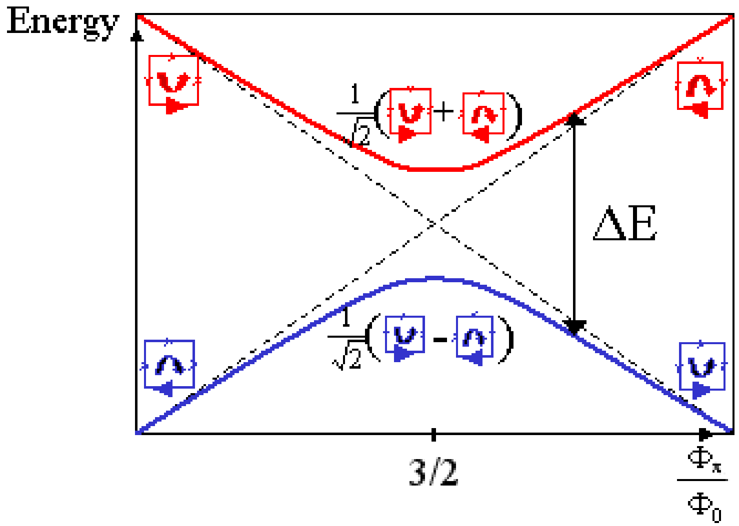
- Virta kulkee vasta- tai myötäpäivään, tilat $|+\rangle = (1,0)^T, |-\rangle = (0,1)^T$.
- Kvanttimekaaninen Hamiltonin operaattori virtakannassa on $H_q = \frac{\epsilon}{2}\sigma_z + \frac{\Delta}{2}\sigma_x$
- Diagonalisointi: $\hbar\omega_q := \sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2}$, $\sin\theta := \Delta/\hbar\omega_q$: $D^{-1}H_qD = \frac{1}{2}\hbar\omega_q\sigma_z$ ja $D^{-1}\sigma_zD = \cos\theta\,\sigma_z - \sin\theta\,\sigma_x$
- Energiatilat ovat virtatilojen superpositioita

$$\begin{cases} |g\rangle &= -\sin\theta/2|+\rangle + \cos\theta/2|-\rangle \\ |e\rangle &= \cos\theta/2|+\rangle + \sin\theta/2|-\rangle \end{cases}$$

- Superpiste $\Phi_x/\Phi_0 = 3/2$ tärkeä, ϵ häviää.







Kaksi kvanttisysteemiä: kvantti-harmoninen värähtelijä

- Tuttu kaikille. Tässä toteutus on LC-resonaattori, mutta matematiikka ei muutu.

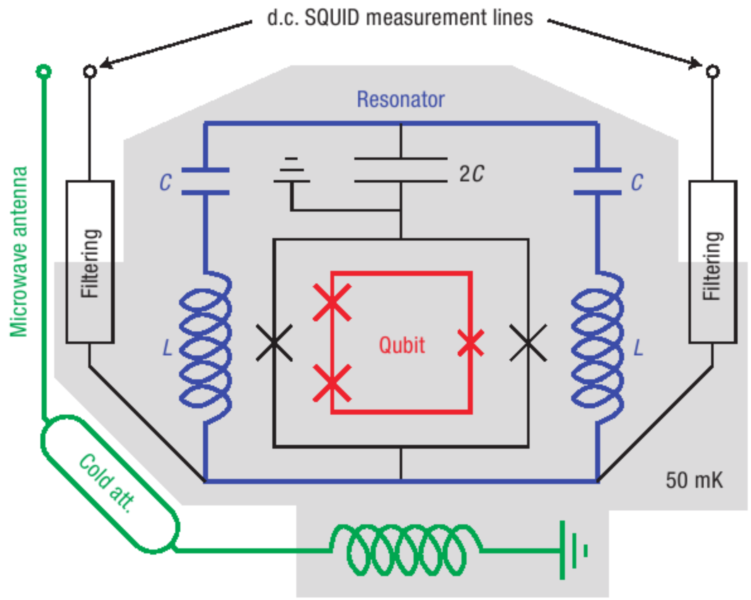
- $H_r = \hbar\omega_r(a^\dagger a + \frac{1}{2})$, $\hbar\omega_r \approx 6{,}16h$ GHz $> \hbar\Delta$.

  $$\left\{ \begin{array}{c} a \\ a^\dagger \end{array} \right\} |n\rangle = \left\{ \begin{array}{c} \sqrt{n}|n-1\rangle \\ \sqrt{n+1}|n+1\rangle \end{array} \right\}.$$

Hamiltonin operaattori: Säteilyttäminen ja vuorovaikutus

- Ajamme kubitti-värähtelijä-systeemiä 100 ns mikroaaltopulsseilla
- Magneettivuo vaikuttaa kubittiin: $H_{q,m} = \frac{\Omega}{2}\sigma_z \cos\omega t$, $\Omega \approx 250h$ MHz.
- LC-resonaattori ja kubitti vuorovaikuttavat samalla tavalla: $H_{q,r} = \hbar g \sigma_z (a + a^\dagger)$, $\hbar g \approx 720h$ MHz.
- Systeemin Hamiltonin funktio on $H = H_q + H_r + H_{q,m} + H_{q,r} (+H_{r,m} + H_{dissipaatio})$.
$= \frac{1}{2}(\epsilon\sigma_z + \Delta\sigma_x) + \hbar\omega_r(a^\dagger a + \frac{1}{2}) + \frac{\Omega}{2}\sigma_z \cos\omega t + \hbar g \sigma_z (a + a^\dagger) +$ muut

Δ



Ajo:

- Valmistelemme kubitin $|g\rangle$-tilaan ja ammumme fotoneja, joiden energia osuu kubitin taajuudelle. Tämän jälkeen mittaamme kubitin tilan.

- Tutkimme tilannetta jossa $\omega_r = \omega_q$.

- Yhden fotonin ajossa $H_{q,m} \propto \Omega\sigma_x$ – ajaminen siis muuttaa kubitin tilaa.

- Kahden fotonin ajossa fotonin energia $\hbar\omega = \hbar\omega_r/2$. Tämä on mutkikkaampi tapaus, katsotaan seuraavaksi.

Ajo: Kaksi fotonia

- Keskiarvoistettu vuorovaikutushamiltoniaani on
$$H_{I,av} = -\hbar g \sin\theta(\sigma_+ a e^{i\delta t} + \sigma_- a^\dagger e^{-i\delta t}) + S^\dagger e^{i\omega t} + S e^{-i\omega t},$$
missä $S := \frac{\Omega}{4}(\cos\theta\sigma_z - \sin\theta\sigma_-)$ ja $\delta = \omega_q - \omega_r \approx 0$.

- S saadaan kuriin koska $\frac{\Omega}{2} \ll \hbar\omega$ ja meillä on

  Theorem. (CT) *Jos S ajasta riippumaton ja $\omega >> \tilde{g}$, niin operaattoriin $V = \hbar\tilde{g}(Se^{-i\omega t} + S^\dagger e^{i\omega t})$, liittyvä aikaevoluutio-operaattori on,*
$$U(t, t_0 = 0) \equiv U(t) = \exp\left(\frac{-iH_{\text{eff}}\, t}{\hbar}\right), \text{ *missä* } H_{\text{eff}} = \hbar\frac{\tilde{g}^2[S^\dagger, S]}{\omega}.$$

- Käytetään CT:tä $S^\dagger e^{i\omega t} + S e^{-i\omega t}$:een ja se voidaan korvata luultavasti helpommin käsiteltävällä H_{eff}:llä.

- Lasku ja välitön paluu Schrödingerin kuvaan antaa:
$$\begin{aligned} H^{(2)} &= H_q + U H_{I,av}^{(2)} U^{-1} + H_r \\ &= \frac{\hbar\omega_q}{2}\sigma_z - \hbar g \sin\theta(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger) + \boxed{\frac{\Omega^2 \sin^2\theta}{4\Delta}\cos\theta(\sigma_+ e^{-2i\omega t} + \sigma_- e^{2i\omega t})} \\ &+ \hbar\omega_r(a^\dagger a + \frac{1}{2}) + \frac{\Omega^2 \sin^3\theta}{8\Delta}\sigma_z \end{aligned}$$

Johtopäätökset:

- Superpisteessä ($\Phi_x = \frac{3}{2}\Phi_0$) kahden fotonin ajo ei salli tasohyppelyä ($\cos\theta \to 0$), kun taas yhden fotonin ajo sallii.

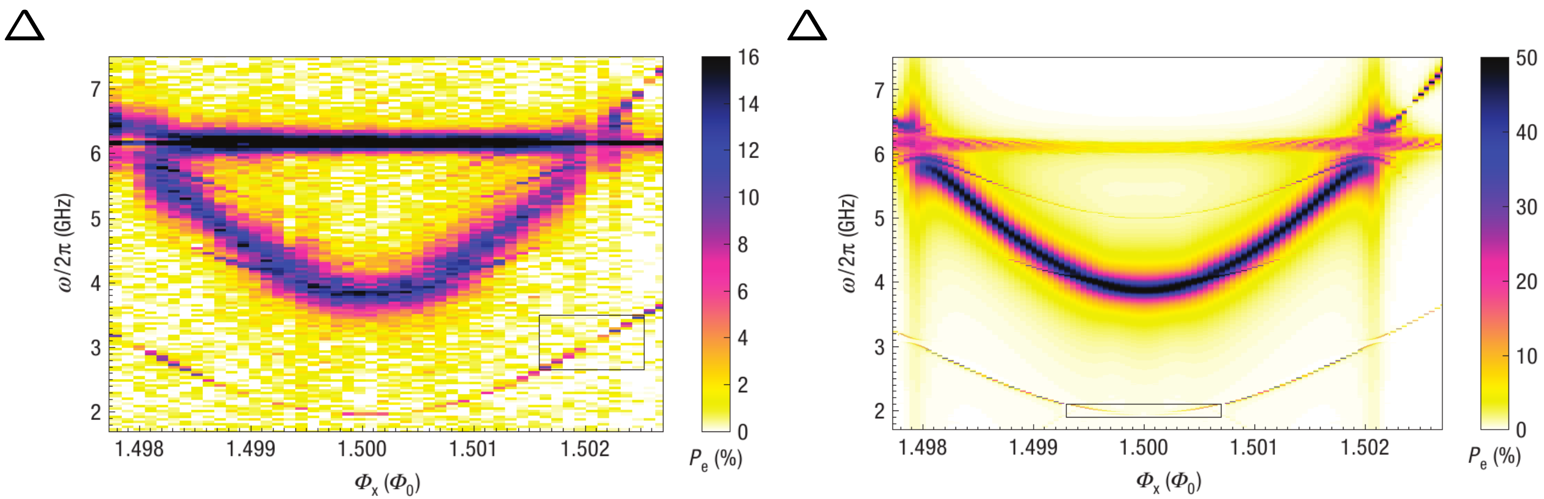
- Jos rikomme symmetrian $\Phi_x \neq \frac{3}{2}\Phi_0$, valintasäännöt eivät päde.

- Pariteetti säilyy kuten atomifysiikassakin – "artificial atom" perusteltua.

- Huomattava että kyse on erittäin makroskooppisesta systeemistä.

- Paljon muutakin mielenkiintoista, ks. alla.

Kokeellisia tuloksia



Todennäköisyys löydää kubitti tilasta $|e\rangle$ säteilytystaajuuden ω ja Φ:n funktiona. Mittaus, simulaatio.