

A 3D surface plot showing the density distribution of a Bose-Einstein condensate in a lattice. The plot features a grid of points colored in a rainbow spectrum from red to blue. Two prominent, sharp peaks of high density are visible, one in the center and one to the right, both colored blue and white at their tips. The background is black.

Bose-Einstein kondensaatio  
harvoissa alkalikaasuissa

Emmi Ruokokoski

# Sisältö

- Taustaa
- Miksi juuri alkalikaasu?
- Teoriaa:
  - Keskeiskenttäapproksimaatio
  - Skalaari- ja spinorikondensaatit
  - Atomien väliset vuorovaikutukset
  - Gross-Pitaevskii yhtälöt
  - Vorteksit
  - Vaiheen imprinttaus
  - Vorteksipumppu
- yhteenveto

# Taustaa

- Bose-einstein kondensaatio on esimerkki kaasun kvanttiluonteen aiheuttamasta faasimuutoksesta
- Kvanttikaasut tarjoavat mahdollisuuden tutkia ilmiöitä, jotka esimerkiksi kiinteän olomuodon fysiikassa tai hiukkasfysiikassa olisi kokeellisesti vaikeasti saavutettavissa.
- **1924:** S. N. Bose ja A. Einstein ennustivat, että matalissa lämpötiloissa bosonit voivat miehittää samaa kvanttitilaa.
- **1995:** Saavutettiin Bose-Einstein kondensaatio harvoissa ultrakylmissä alkalikaasuissa:



# Miksi alkalikaasu?

- Neutraalien alkaliatomien trappaamiseen voidaan käyttää sekä optisia, että magneettisia menetelmiä
- Alkaliatomien energiatilat eksitoitavissa nykyisillä lasereilla → sopii hyvin laserjäähdytykseen
- Ultrakylmä alkaliatomikaasu on hyvin harvaa  
→ molekyylien muodostuminen vähäistä jolloin kondensaatin elinikä pitenee  
→ teoreettinen tarkastelu yksinkertaistuu

# Keskeiskenttäapproksimaatio

- Kenttäoperattori:  $\hat{\psi}(\vec{r}) = \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_i(\vec{r}) \hat{a}_i$
- Korvataan  $\hat{\psi}$  klassisella järjestysparametrilla
$$\Psi = \langle \hat{\psi} \rangle = \langle \phi | \hat{\psi} | \phi \rangle,$$
missä  $\phi$  on kondensoituneen systeemin perustila
- Ajatellaan, että tilat joissa on  $N_0$  ja  $N_0 + 1 \approx N_0$  hiukkasta vastaavat samaa fysikaalista konfiguraatiota. Näin ollen  $\hat{a} = \hat{a}^\dagger = \sqrt{N_0}$
- Jos otetaan odotusarvo stationaaritilasta, jonka aikakehityksen määrää  $e^{iE_n t / \hbar}$  saadaan järjestysparametrille  $\Psi(\vec{r}, t) = \Psi(\vec{r}) e^{-i\mu t / \hbar}$

# Skalaari- ja spinorikondensaatit

- Magneettinen trappaus perustuu siihen, että atomeilla on tiloja, joiden energia kasvaa ulkoisen magneettikentän voimakkuuden kasvaessa (WFSS)
  - Optinen trappaus puolestaan käyttää hyväksi indusoidun dipolimomentin ja laserkentän välistä vuorovaikutusta
  - Perinteisessä optisessa trapissa atomien spinit osoittavat magneettikentän suuntaan
- ei spinvapausastetta: **skalaari-BEC**
- Puhtaasti optisessa trapissa atomien spinit vapaita: **spinori -BEC**

# Spinori BEC

- Järjestysparametri on spinorikenttä, jolla on  $2F+1$  komponenttia

$$\Psi(\vec{r}) = \sqrt{n(\vec{r})} \zeta(\vec{r}) \quad \zeta^\dagger \zeta = 1$$

- Alkaliatomeilla vain yksi valenssielektroni  
→ kaksi hyperhienoa multiplettia  $F = I \pm \frac{1}{2}$
- Atomien sironnassa multipletit voivat muuttua toisikseen.
- Matalissa lämpötiloissa sirontaenergiat ovat niin pieniä, etteivät atomit voi siirtyä matalammalta korkeammalle multipletille  
→ Termisessä tasapainossa kaikki atomit matalammalla multipletilla, mikä yksinkertaistaa atomien välistä vuorovaikutuspotentiaalia

# Atomien väliset vuorovaikutukset

- Alkaliatomikaasuissa atomien väliset etäisyydet suuria (noin 100 nm)  
→ van der Waals dominoi
- Vain 2-hiukkanen vuorovaikutukset merkittäviä
- Matalissa lämpötiloissa ja pienillä tiheyksillä, kaikki sironnat tapahtuvat hyvin pienillä energioilla.
- Näin ollen atomit eivät ”näe” sironnata potentiaalin yksityiskohtia

 s-aaltosironna riittää kuvaamaan vuorovaikutuksen

# Efektiiivinen vuorovaikutus

- Efektiiivinen vuorovaikutuspotentialiaali kuvaa matalan energian moodeja. Näiden vuorovaikutukset korkeamman energian moodien kanssa otetaan huomioon approksimatiivisesti.

- Skalaarikondensaatille  $V_{eff}(\vec{r} - \vec{r}') = g\delta(\vec{r} - \vec{r}')$

- Spinorikondensaatille  $F=1$  -tapauksessa

$$V_{eff}(\vec{r} - \vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}') (c_0 + c_2 \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2)$$

Hamiltonin operaattori

$$\hat{H} = \int d\vec{r} \left[ \frac{\hbar^2}{2m} \nabla \hat{\psi}_i^\dagger \nabla \hat{\psi}_j + V_{tr} \hat{\psi}_i^\dagger \hat{\psi}_j + g_F \mu_B \hat{\psi}_i^\dagger \vec{B} \cdot \vec{F}_{ij} \hat{\psi}_j \right. \\ \left. + \frac{c_0}{2} \hat{\psi}_i^\dagger \hat{\psi}_j^\dagger \hat{\psi}_j \hat{\psi}_i + \frac{c_2}{2} \hat{\psi}_i^\dagger \hat{\psi}_j^\dagger \vec{F}_{ik} \vec{F}_{jl} \hat{\psi}_l \hat{\psi}_k \right]$$

# Gross-Pitaevskii yhtälö

- Sijoittamalla systeemin Hamiltonin yhtälö Heisenbergin liikeyhtälöön ja käyttämällä keskeiskenttäapproksimaatiota saadaan systeemin dynamiikkaa kuvaava Gross-Pitaevskii yhtälö
- $F=1$  spinorikondensaatille

$$H = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{tr}}(\bar{r}) + c_0 |\Psi(\bar{r})|^2 + c_2 \Psi^\dagger(\bar{r}) \bar{F} \Psi(\bar{r}) \cdot \bar{F} + g_F \mu_B \bar{B} \cdot \bar{F}$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\bar{r}, t) = H \Psi(\bar{r}, t)$$

$$H \Psi(\bar{r}) = \mu \Psi(\bar{r})$$

# Vorteksit

- Vorteksi määritellään järjestysparametrin vaiheen kvantittumisena suljetulla käyrällä, joka kiertää vorteksiakselin ympäri
- Järjestysparametrilla vain yksi arvo  
→ vaiheen muutoksen oltava  $2\pi:n$  monikerta



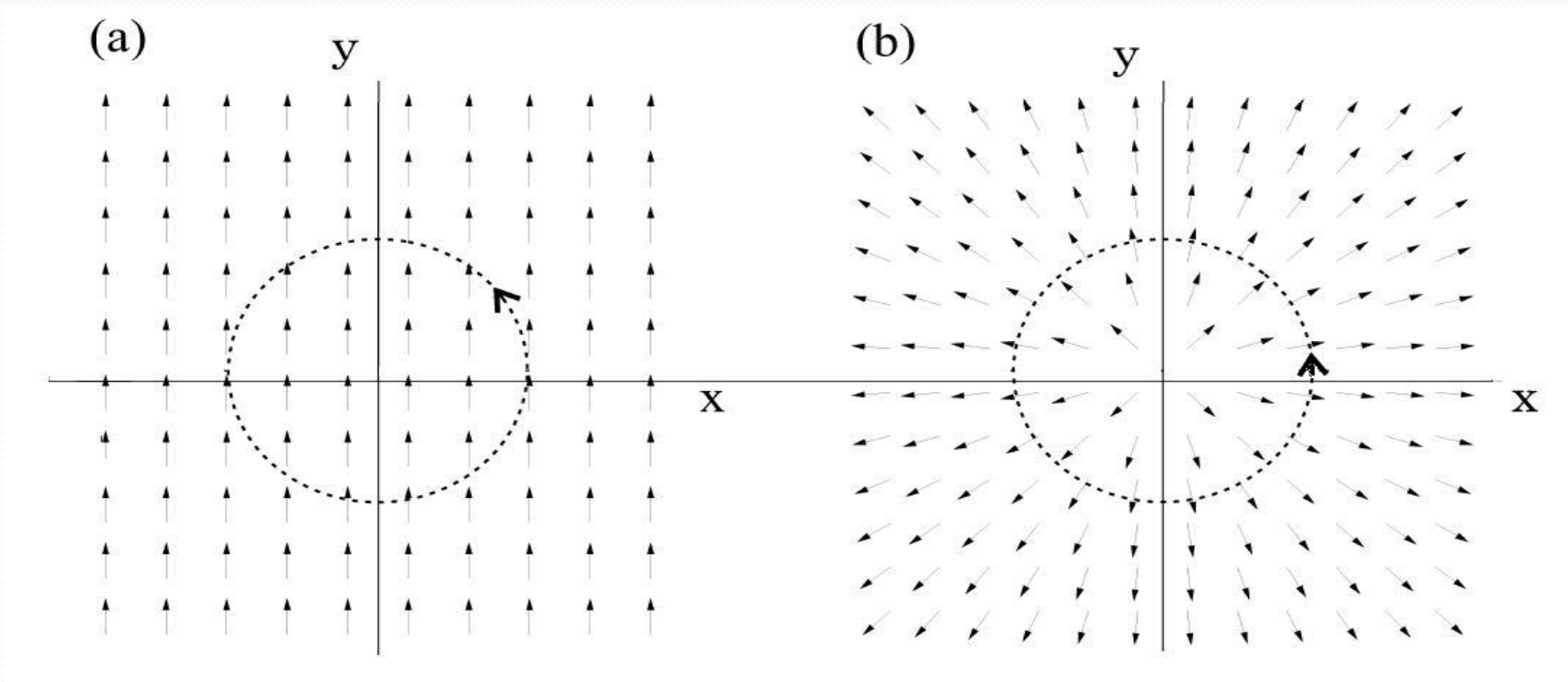
Kuva: Jukka Huhtamäki

## • Esimerkki

Olk.  $f_0, f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow S^1$  napakoordinaateissa

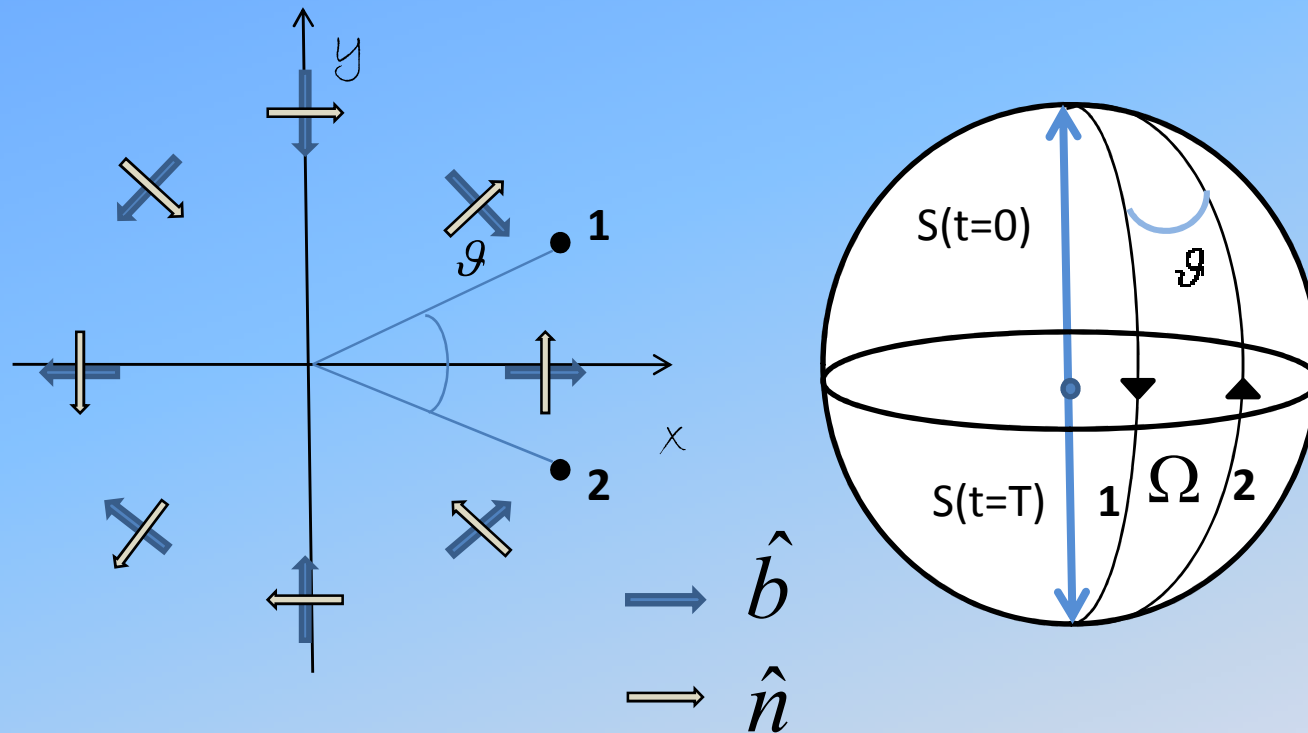
$$f_0(r, \varphi) = \hat{e}_y \text{ ja } f_1(r, \varphi) = \cos \varphi \hat{e}_x + \sin \varphi \hat{e}_y$$

- kierrettäessä ympyrärataa origon ympäri  $f_0$  pysyy muuttumattomana, kun taas  $f_1$  pyörii  $2\pi$ :n verran ympäri



# Topologinen vaiheen imprinttaus

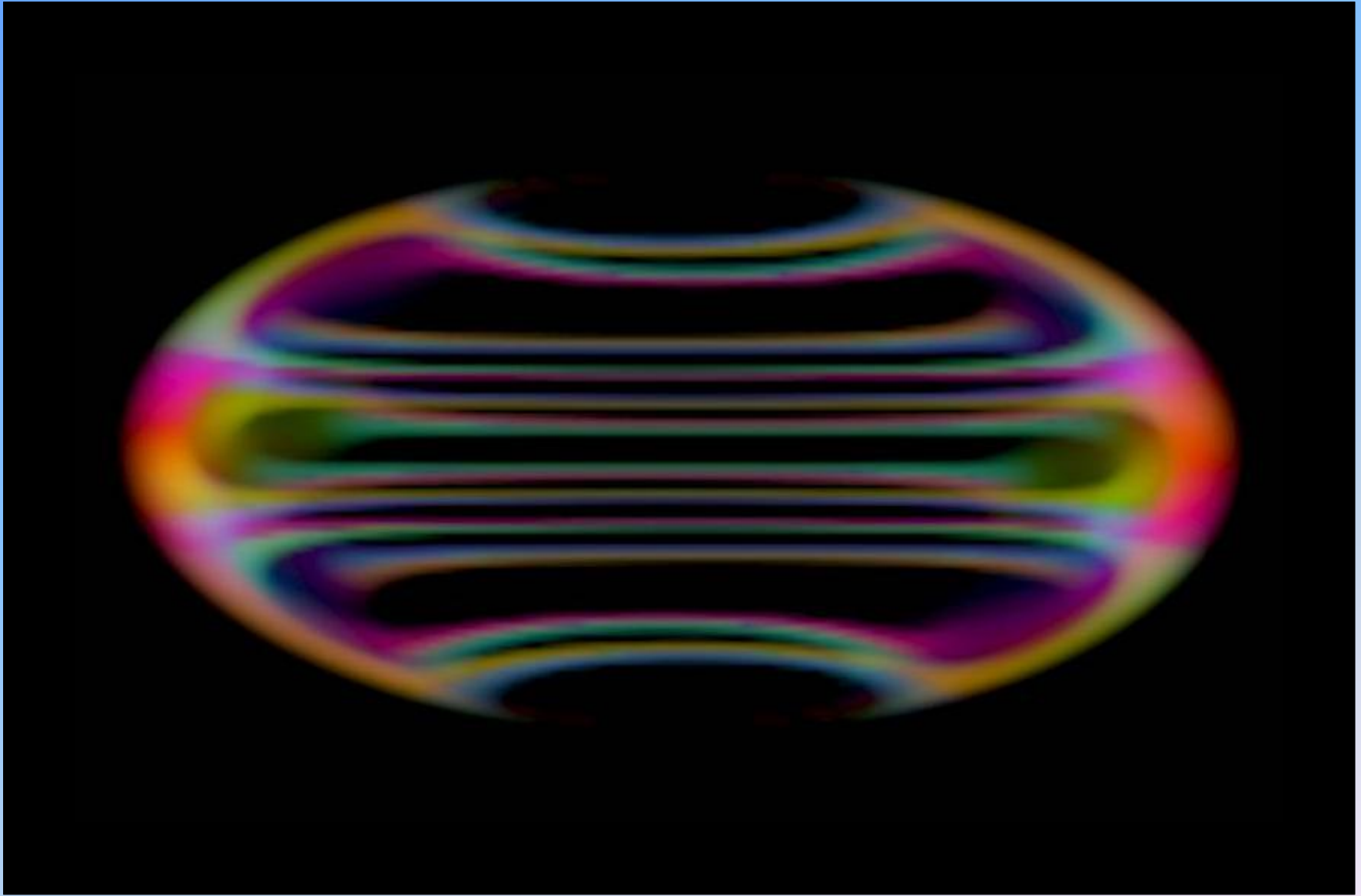
- spin-1 BEC magneettikentässä, joka koostuu 2d-quadrupolikentästä ja aksiaalisesta bias-kentästä



- $\hat{n}$  on paikkariippuvainen normaalikenttä joka määrää rotaatioakseliin ja  $\hat{b}$  osoittaa quadrupolikentän lokaalin suunnan

# Vorteksipumppu

- Vaiheen imprinttaus antaa mahdollisuuden ”pumpata” kondensaattiin monikvanttivortteja
- Quadrupolikentällä saadaan  $\pi$ :n kierrossa aikaan vaihe  $-2m_F\phi$  .
- Heksapolikentällä vastaava vaiheen lisäys on  $-4m_F\phi$
- Aloitetaan heksapolikentällä ja käännetään bias  $\rightarrow 4F$  kvanttivorteksi
- Vaihdetaan quadrupolikenttään ja käännetään bias alkuperäiseen arvoon  $\rightarrow 2F$  kvanttivorteksi jää jäljelle
- Toistetaan proseduuri, jolloin joka kierroksella kasvatetaan kulmaliikemäärää  $2F\hbar$  /hiukkanen



Kuva: D. Feder, P. Ketcham



# Yhteenveto

- Alkaliatomikaasujen ominaisuudet mahdollistavat niiden trappauksen sekä optisilla, että magneettisilla trapella sekä niiden jäähdyttämisen ultrakylmiin lämpötiloihin
- Kondensaatin dynamiikka voidaan ratkaista GP-yhtälöistä
- Topologinen vaiheen imprinttaus mahdollistaa multikvanttivorteksien pumppaamisen kondensaattiin



Kiitos!