

# Kelttikiven pyörimisliikkeen dynamiikasta

Lasse Franti

# Esityksen tarkoitus

- Tutustua kelttikiven käyttöön
- Käsitellä analyyttistä mallia keltin stabiilisuuden suuntariippuvuudelle
- Tutkia kelttiin vaikuttavaa vääntömomenttia
- Keskustella mallien fysikaalisuudesta

## Mikä se on?

Kelttikivi on erittäin tunnettu demonstraatioväline, jota esitellään opiskelijoille ympäri maailmaa osoituksena pyörimisliikkeen epätriviaalisuudesta. Esine on karkeasti veneen muotoinen yleensä muovista valmistettu kappale, jonka käyttäytyminen on ensi näkemältä varsin erikoista. Symmetriseltä vaikuttava kappale pyörii toiseen suuntaan vakaasti, mutta toiseen suuntaan pyöriminen on varsin epästabiilia ja vaimenee nopeasti voimakkaan värähdysliikkeen alkaessa dominoida kappaleen liikettä. Pyörimisen pysähtyttyä kappale lisäksi vaihtaa suuntaa ja alkaa pyöriä stabiiliin suuntaan värähtelyn samalla heiketessä.

Parhaiten selviää näkemällä tai itse kokeilemalla.

## **Kysymykset**

- Unidirektionaalisuus  
eli stabiliteetin voimakas suuntariippuvuus
- Liikemäärämomentin säilyminen  
eli vääntömomentin olemus

# Unidirektionaalisuus

## Oletukset

- Jäykän kappaleen liikeyhtälöt
- kosketuspiste liukumaton
- kappaleen muoto kosketuspisten läheisyydessä alimmassa kertaluvussa toisen asteen pinta.
- kelttiin kiinnitetty koordinaatisto
- hitausakselit eroavat kaarevuusakseleista

## Miten?

- linearisoidaan liikeyhtälöt tasapainopisteen ympärillä
- Spinin derivaatta toista kertalukua=>yksinkertaistus
- Sijoitetaan kosketuspisteelle molemmissa suunnissa eksponentiaalinen aikariippuvuus=>
- Karakteristinen yhtälö 4.astetta
- Ratkaisut pareittain
- jos ratkaisun reaaliosan merkki tietyllä arvovälillä säilyy, kappale on unidirektionaalinen.
- värähtely lisääntyy toiseen suuntaan ja pienenee toiseen suuntaan
- konservatiivinen malli=>pyöräminen hidastuu ja pysähtyy
- Spin ei jää nolnaan,epäuskottavaa että energia palaisi epästabiiliin.
- Konservatiivisuus=>Värähtelyn energia siirtyy pyörimiseen stabiiliin suuntaan.

## Vääntömomentti (Garcia&Hubbard)

- pystysuuntaisen liikemäärämomentin aikaderivaatta
- Tarkastellaan pienillä spinin arvoilla tasapainoaseman läheisyydessä.
- Integroidaan vääntömomentti jakson yli
- Alkuarvona ominaisvärähtely
- linearisoidut yhtälöt=>dynamiikkamatriisi
- Nollasta poikkeava tulos samoilla ehdoilla kuin Bondin tarkastelussa

# Mallin fysikaalisuudesta

-Selittävä malli

-ilmanvastus?

-liukumattomuus?

-Liukukitka johtaa kuitenkin vaikeasti tulkittaviin laskuihin.  
(Magnus)

-Lindberg&Longman: Bondiset oletukset mielekkäät

# Kooste

- Keltin käytös on mahdollista selittää analyyttisellä mallilla
- Liikemäärämomentin muutosta vastaa vääntömomentti
- Keltin liikeyhtälöt ratkaistavissa numeerisesti eri oletuksilla
- Keltin liike yhä ajankohtainen tutkimuskohde