

# **Hydrodynamiikkaa säieteoriasta**

---

# Sisältö

---

- Osa 1
  - Hydrodynamiikka:  $\nabla_{\alpha} T^{\alpha\beta} = 0$
  - $T^{\alpha\beta}$  saatiin vakioita vaille
  - Konformifluideille vakiot säieteorian avulla
- Osa 2
  - Miten vakiot saadaan?
  - Tulokset toistaiseksi
  - Mitä jatkossa?

# Osa 2

---

# AdS-CFT -dualiteetti

- Saatiin viimeksi

$$Z_{CFT} = e^{S_{SUGRA}}, \text{ rajalla } Z_{CFT} = e^{\int S_{SUGRA}(\text{reunalla}) d^6 x} \quad \rightarrow$$

$$\begin{aligned} \langle O(x)O(y)\dots \rangle &= (-1)^n \frac{\delta^n Z_{CFT}}{\delta\phi_c^0(x)\delta\phi_c^0(y)\dots} \\ &= (-1)^n \frac{\delta^n e^{-\int \mathcal{L}(\phi_c^0(x), \partial_\alpha \phi_c^0, \dots) d^4 x}}{\delta\phi_c^0(x)\delta\phi_c^0(y)\dots} \end{aligned}$$

# Miten tästä vakiot?

- Lasketaan  $T^{\alpha\beta}$ : ilman dualiteettia tiedetään

$$\langle T^{\alpha\beta} \rangle = \frac{1}{Z_0} \left( -i \frac{\delta}{\delta g_{\alpha\beta}^0} \right) \underbrace{\int e^{i \int \mathcal{L}(x) + T^{\alpha\beta}(x) g_{\alpha\beta}^0(x) d^4x} \mathcal{D}T^{\alpha\beta}}_{Z_{CFT}} \Big|_{g_{\alpha\beta}=0}$$

→ Koska nyt  $Z_{CFT} = e^{\int S_{SUGRA}(reunalla) d^6x}$ , saadaan

$$\langle T^{\alpha\beta} \rangle = \frac{1}{Z_0} \left( -i \frac{i \delta S_{REUNA}}{\delta g_{\alpha\beta}^0} \right) Z_0 = \frac{\delta S_{REUNA}}{\delta g_{\alpha\beta}^0}$$

# Renormalisointi

- Vasen puoli: CFT:ssä divergenssejä
- Oikea puoli: ääretön avaruusintegraali

→ Renormalisoitava. Tulos:

$$T^{\alpha\beta} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \mathcal{S}_{\text{Ren}}}{\delta g_{\alpha\beta}^0} = \frac{1}{8\pi G} \left[ \Theta^{\alpha\beta} - \Theta \gamma^{\alpha\beta} - \frac{3}{h} \gamma^{\alpha\beta} - \frac{h}{2} G^{\alpha\beta} \right]$$

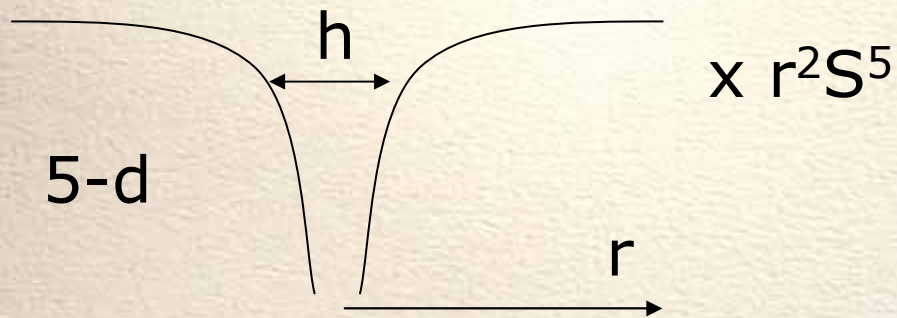
$$\Theta^{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} (e^\alpha \cdot \nabla^\beta \hat{n} + e^\beta \cdot \nabla^\alpha \hat{n}) \quad - \text{ ulkoinen kaarevuus}$$

$$\gamma^{\alpha\beta} \quad - \text{ metriikka reunalla}$$

$$G^{\alpha\beta} \quad - \text{ Einsteinin tensori (riippuu vain } \gamma^{\alpha\beta} \text{:stä)}$$

# Metriikka 1/4

- Tarvitaan siis metriikka reunalla, tämä oli jo:



- "Nielussa" ( $r < h$ ) ratkaisu on ( $AdS_5$ :n musta aukko)  $x S^5$ , jossa braani on mustan aukon horisontissa
- Riittää tarkastella  $AdS_5$  –osaa erikseen

# Metriikka 2/4

- AdS:n mustan aukon metriikka

$$ds^2 = -r^2 f(br) dt^2 + \frac{dr^2}{r^2 f(br)} + r^2 dx^i dx^i, \quad f(x) = 1 - \frac{1}{x^4}$$

– Näissä koordinaateissa braani kohdassa  $r \rightarrow \infty$

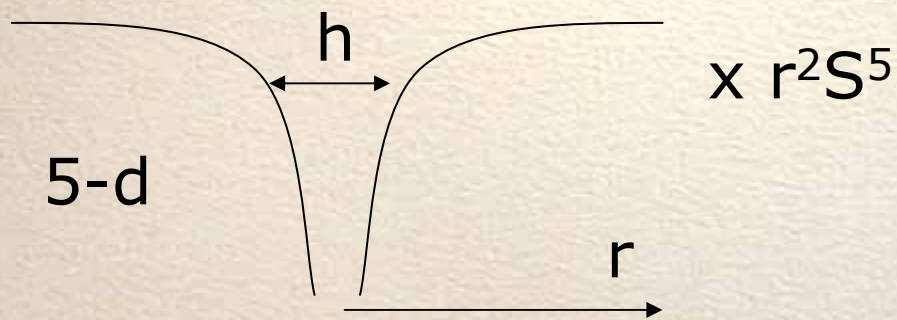
- Lasketaan tästä  $T^{\alpha\beta}$ , saadaan

$$T^{\alpha\beta} = \frac{1}{16\pi G b^4} \eta^{\alpha\beta} = \frac{(\pi T)^4}{16\pi G} \eta^{\alpha\beta}, \text{ missä on tulkittu}$$

mustan aukon lämpötila  $T = \frac{1}{\pi b}$

# Tulkinta?

- Ei ihan sitä mitä haettiin: piti tulla gradienttiekspansio vakioineen
- Syy: muutkin metriikat käyvät



- Muut kelpaavat metriikat Einsteinin yhtälöistä
- Esim. voidaan boostata musta aukko:

# Metriikka 3/4

- Boostatun  $\text{AdS}_5$  – mustan aukon metriikka:

$$ds^2 = \frac{dr^2}{r^2 f(br)} + r^2 (-f(br)u_\alpha u_\beta + P_{\alpha\beta}) dx^\alpha dx^\beta$$

$u_\mu$  ovat boostausnopeudet ja  $P_{\alpha\beta} = u_\alpha u_\beta + \eta_{\alpha\beta}$

- Lasketaan tästä  $T^{\alpha\beta}$ , saadaan

$$T^{\alpha\beta} = \frac{(\pi T)^4}{16\pi G} (\eta^{\alpha\beta} + 4u^\alpha u^\beta)$$

$T^{\alpha\beta}$ :n 0.kl gradienttiekspansio konformifluideille!

# Metriikka 4/4

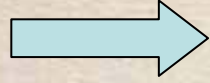
- Mistä lisää termejä?
  - Vaikea nähdä suoraan monimutkaisempia ratkaisuja Einsteinin yhtälöille, siispä yrite
  - Halutaan jotain, missä  $u_\mu$  ei vakio  $\rightarrow$  hitaasti muuttuva funktio  $u_\mu(x)$
  - Ei suoraan ole ratkaisu  $\rightarrow$  sijoitetaan yhtälöihin, saadaan 15 skalaariyhtälöä
    - metriikan määrittämiseen 10
    - yksi ei-riippumaton
    - neljä rajoittavaa yhtälöä  $u_\mu(x)$ :lle

# Tulos

- Saadaan metriikka  $u_\mu(x)$ :n gradienttiekspansiona
- Lasketaan siitä  $T^{\alpha\beta}$ , saadaan

$$T^{\alpha\beta} = \frac{(\pi T)^4}{16\pi G} (\eta^{\alpha\beta} + 4u^\alpha u^\beta) - \frac{2(\pi T)^3}{16\pi G} \sigma^{\alpha\beta} + \mathcal{O}(\partial^2)$$

Rajoittavat yhtälöt  $u_\mu(x)$ :lle antavat  $\nabla_\alpha T^{\alpha\beta} = 0$

  $u_\mu(x)$  on todella fluidin virtausnopeus, ja saatiin haluttu tulos!

# Projektin tuloksia 1/2

- $T^{\alpha\beta}$  laskettu 2. kl asti (6 termiä)
- 1. kl asti laskettu aiemmin muulla tavoin  
→ Vahvistaa aiempia tuloksia
- LHC:ssa kvarkki-gluoni –plasma
  - Korkeilla energioilla QCD → CFT
  - Vahvistuksia aiemmille tuloksille (hilamallit)
  - Vahvan kytkennän raja vaikea → uusia ennusteita
  - LHC:n pitäisi voida testata kokeellisesti
  - Ei silti suoraan evidenssiä säieteoriasta

# Projektin tuloksia 2/2

- Faasitransitioissa skaalainvarianssi → konformisymmetria

Long-Range Rapidity Correlations in Heavy Ion Collisions at Strong Coupling from AdS/CFT, Grigoyan and Kovchegov dec

String Theory on Thin Semiconductors: Holographic Realization of Fermi Points and Surfaces, Rey nov 2009

Viscosity near phase transitions, Dobado, Llanes-Estrada and Torres-Rincon sep 2010

and Fadafan aug 2009

Dynamics of the chiral phase transition from AdS/CFT duality, G. Guralnik, Z. Guralnik and Pehlevan jan 2011

ana,  
c 2009

ops in heavy ion collisions

Viscosity, entropy and the viscosity to entropy density ratio; how perfect is a nucleonic fluid?, Mekjian sep 2010

# Tulevaisuudennäkymiä

- Lisää sovelluksia, ennusteita, ideoita
- Projekti: löytyykö vastaava geometrinen duaali QCD:lle?
- Entä ei-relativistinen, ei-konformiversio?  
Duaali arkifluidien turbulenssille?

# Yhteenveto

- Säieteorioista saadaan AdS/CFT-dualiteetti
- Tästä saadaan sopivalla rajalla laskettua konformifluidien  $T^{\alpha\beta}$ , eikä muuta tarvita
- Käytännössä lasku tapahtuu ratkaisemalla ei-homogeenisesti boostatun  $\text{AdS}_5$  –mustan aukon metriikka Einsteinin yhtälöistä
- Tulokset toistaiseksi:
  - Ennusteita faasitransitioihin ja QCD:lle korkealla energialla
  - QCD lelumalleja vahvaan kytkentään
  - Inspiraatiota QCD:n hilamalleja varten

# Kiitos!

Laskuja löytyy aikanaan gradusta (kesällä?)

Hyviä (?) review-artikkeleja

–Introduction to the Maldacena Conjecture on AdS/CFT (Petersen), arXiv:hep-th/9902131v2

–Gravity & Hydrodynamics:Lectures on the fluid-gravity correspondence (Rangamani), arXiv:0905.4352v3

–Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions (Solana, Liu, Mateos, Rajagopal and Wiedemann), arXiv:1101.0618v1

Ydinartikkeleja

–The Large N Limit of Superconformal field theories and supergravity (Maldacena), arXiv:hep-th/9711200v3

–Anti de Sitter Space and Holography (Witten), arXiv:hep-th/9802150v2

–Nonlinear Fluid Dynamics from Gravity (Rangamani), arXiv:0712.2456v4