

# Clebsch-Gordan-taulukoiden käyttöohje

November 12, 2010

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, e.g., for  $-8/15$  read  $-\sqrt{8/15}$ .

Notation:

	$J$	$J$	...
	$M$	$M$	...
$m_1$	$m_2$	Coefficients	
$\cdot$	$\cdot$		
$\cdot$	$\cdot$		
$\cdot$	$\cdot$		

$1 \times 1/2$	$3/2$				
	$+3/2$	$3/2$	$1/2$		
$+1$	$+1/2$	$1$	$+1/2$	$+1/2$	
	$+1$	$-1/2$	$1/3$	$2/3$	$3/2$
	$0$	$+1/2$	$2/3$	$-1/3$	$-1/2$
			$0$	$-1/2$	$2/3$
			$-1$	$+1/2$	$1/3$
					$3/2$
					$-3/2$
$2 \times 1$	$3$				
	$1$	$3$			
			$1$	$1$	
					$1$
				$-1$	$-1/2$
					$1$

Mitä tämä tarkoittaa käytännössä? Oletetaan, että meillä on impulssimomentit  $\mathbf{J}_1$  ja  $\mathbf{J}_2$ , joiden summa  $\mathbf{J} \equiv \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2$ , ja halutaan lausua  $J^2$  ja  $J_z$ :n ominaistila operaattorien  $J_i^2$  ja  $J_{iz}$  ominaistilojen avulla:

$$|j_1 j_2 j m\rangle = \sum_{m_1 m_2} C_{j_1 j_2 j}^{m_1 m_2} |j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle$$

Kertoimet luetaan yo. taulukosta,  $j_1$  ja  $j_2$  kertovat mistä taulukosta on kyse,  $j$  ja  $m$  määräävät sarakkeen ja  $m_1$  ja  $m_2$  vaakarivin. Risteyshkohdasta otetaan luku ja laitetaan siihen neliöjuuri, mahdollinen etumerkki jää ulkopuolelle.

**Esimerkiksi:**  $j_1 = 1$  ja  $j_2 = 1/2$ , halutaan tietää tila  $j = 1/2$ ,  $m = 1/2$ . Yllä oikealla olevasta taulukosta otetaan pystyrivi, jolla on  $J = 1/2$ ,  $M = 1/2$ . Sen alla olevassa laatikossa on ko. rivillä kaksi lukua,  $2/3$  ja  $-1/3$ . Vastaavat  $m_{1,2}$  arvot löytyvät vaakarivin vasemmasta reunasta, eli tässä tapauksessa

$$|1 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |11\rangle |\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |10\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$$